جامعة الانبار

كلية التربية الاساسية /حديثة

قسم العلوم العامة /فرع الفيزياء

المرحلة الثانية

محاضرات

الميكانيك

اعداد

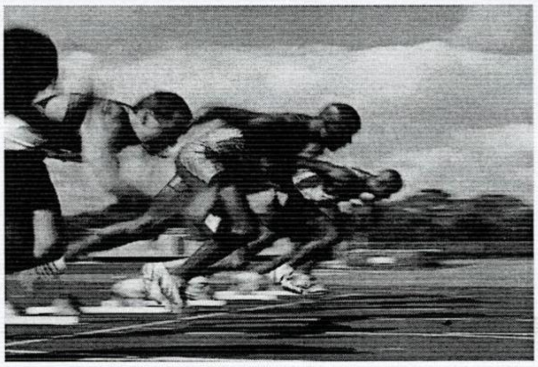
م.م. سعد العنزي

2020-2019

الفصل الثاني

حركة الأجسام

(Kinematics)



1-2 تمهيد: دراسة الحركة ومناط الإسناد

اهتم الإنسان منذ الأزل بالطبيعة والظواهر الطبيعية. فكانت حركة الأجسام السماوية مثار الإعجاب والفضول لديه. وحاول، ومايزال، كشف أسرار الطبيعة بدءا من أكبر الأجسام السماوية وانتهاءا بأصغر مكونات الذرة والنواة. ولاينحصر اهتمام الإنسان بهذه الظواهر والعجائب لمجرد الفضول والتساؤل فقط بل للاستفادة منها وتسخيرها لخدمته بشتى الطرق والوسائل. وتعد دراسة حركة وتحريك الأجسام العمود الفقري في جسم الفيزياء لأنها تصف كيف ولماذا تتحرك الأجسام وكيف يمكن الاستفادة من هذه الحركة.

وسنقوم في هذا الفصل بدراسة الطريقة التي تتحرك بها الأجسام المختلفة، ونعني بذلك معرفة موضعها وسرعتها وتسارعها في كل لحظة من الزمن، بغض النظر عن السبب الذي أدى لحركتها. فعندما يسألك صديقك أن تصف حركة جسم ما فإنك تقول إنه يتحرك على خط مستقيم (كحجر يسقط في بئر) أو يدور على دائرة (كالقمر حول الأرض)، أي أنك تصف شكل الطريق الذي يسير عليه الجسم وهذا مانطلق عليه اسم **المسار** *(path)*، كما أنك تقول إنه قريب أو بعيد أي أنك تحدد **موضعه** *(position)* بالنسبة لك، ثم تقرر حالته الحركية سواء كان ساكنا أم متحركا بتحديد **سرعته** *(velocity)*، وتتابع تزايد أو تناقص سرعته مع مرور الزمن بتحديد **تسارعه** *(acceleration)*. فدراسة حركة أي جسم تعني تحديد هذه المتغيرات من موضع

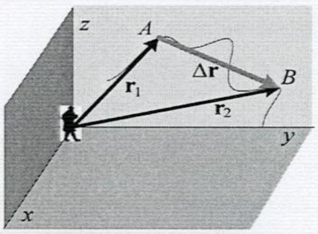
وسرعة وتسارع ومسار في كل لحظة من الزمن، وهذا مايسمى في الميكانيك **علم الحركة** *(kinematics)*. ونلاحظ أننا لم نسأل لماذا يتحرك الجسم بهذه الطريقة أو تلك وما الذي يحركه أصلا، لأن **تحريك الأجسام** *(dynamics)* هو موضوع آخر سنتطرق إليه فيما بعد.

لذا سندرس في هذا الفصل مفاهيم السرعة المتوسطة واللحظية والتسارع المتوسط واللحظي، ونكتب المعادلات التي تربط متغيرات الحركة بشكل عام في الفضاء. ثم نعتبر حالة الحركة في اتجاه واحد فقط، أي على خط مستقيم، بينما ندرس في الفصل الثالث الحركة في المستوي.

ويهتم علم الحركة بمعرفة متغيرات حركة جسم أو منظومة جسيمات بالنسبة لمراقب أو **مناط إسناد ثابت** أو **عطالي** *(inertial frame of reference)* أي لايتحرك بالنسبة للأجسام التي يدرس حركتها. ونعرف **الشروط الابتدائية** *(initial conditions)* بموضع وسرعة وتسارع الجسم لحظة بدء مراقبته (وليس بدء حركته). كما نسمي المتجه الواصل من المراقب إلى الجسم في كل لحظة **متجه الموضع** *(position vector)* والذي يمكن أن يتغير مع الزمن نتيجة حركة الجسم، وسنرى كيف نربط بين تغير هذا المتجه وسرعة الجسم وتسارعه.

2-2 متجه السرعة المتوسطة *(Average Velocity)*

إذا قطعت سيارة مسافة 200 km خلال أربع ساعات فإننا نقول إنها سارت بسرعة متوسطة 50 km/h. وهذا لايعني بالضرورة أنها كانت تسير بهذه السرعة طوال الوقت بل يعني أنها لو سارت هكذا لقطعت مسافة 200 km في أربع ساعات وهذا مانطلق عليه اسم **السرعة المتوسطة** *(average speed)*. ويمكن تعريف **متجه السرعة المتوسطة** *(average velocity)* بدقة إذا اعتبرنا متحركا p (كطير مثلا) يتحرك في الفضاء، كما في الشكل (2-1)، ومراقبا يحدد موضع الجسم بالنسبة له (أي أن المراقب هو مناط الإسناد أو المرجع ونطلق عليه اسم **المبدأ** *(origin)*)، فيرى الجسم عند الموضع A المحدد بالمتجه $\mathbf{r}_1$ في اللحظة t_1، ثم يغفل عنه لفترة من الزمن ويعود ليحدد موضعه عند الموقع B المحدد بالمتجه $\mathbf{r}_2$ في اللحظة t_2. عندئذ نعرف **متجه الإزاحة** *(displacement)* بين A و B بالمتجه الواصل بينهما مباشرة، أي أن:



الشكل(2-1)

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \qquad (2\text{-}1)$$

ونلاحظ أن الإزاحة قد لاتنطبق بالضرورة على الطريق الفعلي المتبع للانتقال من A إلى B.

وحيث أن الزمن اللازم للجسم لهذه الإزاحة هو:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \tag{2-2}$$

عندئذ نعرف **متجه السرعة المتوسطة** بين A وB بالعلاقة:

$$\boxed{\mathbf{v}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1}} \tag{3-2}$$

فسرعة الجسم هي دليل على تغير موضعه مع الزمن. وتعطى وحدة السرعة في النظام الدولي بالمتر لكل ثانية، أي m/s.

ومن الواضح أن معرفة السرعة المتوسطة خلال انتقال الجسم بين نقطتين لايعطينا أية معلومات عن تفاصيل الرحلة الفعلية. فإذا افترضنا أننا انتقلنا من دمشق لعمان بسرعة متوسطة 80 km/h فإن ذلك لايعني أننا تحركنا بهذه السرعة طوال الوقت، إذ يمكن أن نسرع في مرحلة ثم نتباطأ في مرحلة أخرى، وهكذا. ونعطي في الجدول (2-1) بعض السرعات في الطبيعة.

الجدول 2-1: بعض السرعات في الطبيعة (m/s)

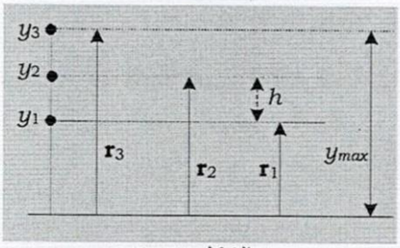
سرعة الضوء في الفراغ	3×10^8
سرعة الصوت في الهواء	3.4×10^2
سرعة دوران الأرض حول الشمس	4.0×10^4
سرعة دوران القمر حول الأرض	1.1×10^4
سرعة دوران الأرض حول نفسها	9.6×10^2
سرعة دوران الإلكترون في الذرة	6.3×10^5
سرعة مركبة فضائية حول الأرض	7.5×10^5
سرعة طائرة ركاب عبر المحيط	2.0×10^2
سرعة أسرع عداء في العالم	1.02×10^1

وصلت السرعة المتوسطة لهشام الغروج حامل ذهبية 1500 متر إلى 24.4 كم/سا

ونلاحظ من تعريف الإزاحة $\Delta\mathbf{r}$ أنها تتحدد بمعرفة موضع المتحرك لحظة بداية مراقبته ولحظة نهايتها فقط، بغض النظر عن تفاصيل الطريق التي اتبعها للانتقال بينهما. كما أن هاتين اللحظتين قد تختلفان كليا عن لحظة بداية الحركة نفسها أو نهايتها. ومما لاشك فيه أن متجه الإزاحة قد لاينطبق على المسافة الفعلية التي تحركها الجسم بين النقطتين A وB، كما ذكرنا سابقا، إلا أن لتعريفها بهذه الطريقة أهمية كبيرة لتحديد متجه السرعة المتوسطة، كما يساعد في حل الكثير من المسائل التي تبدو معقدة بكل يسر وسهولة.

وتوضيحا لما تقدم نعتبر جسما مقذوفا نحو الأعلى، كما في الشكل (2-2) حيث عينا موقع الجسم بعد ثانية وثانيتين وعند أعلى ارتفاع يصل إليه وعند عودته لنفس ارتفاع نقطة إطلاقه. عندئذ تكون إزاحته بين اللحظتين t_1 و t_2 هي:

$$|\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| = y_2 - y_1 = h$$



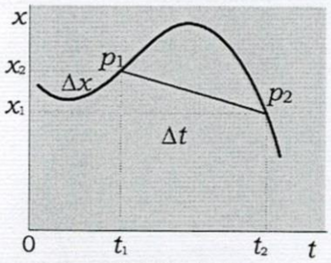
الشكل (2-2)

أما الإزاحة بين نقطة الإطلاق وأعلى ارتفاع فهي:

$$|\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_0| = y_{\max}$$

وأخيرا تكون الإزاحة الكلية بين لحظة الإطلاق ولحظة عودة الجسم إليها هي $|\Delta\mathbf{r}| = 0$ على الرغم من أن المسافة المقطوعة فعليا تساوي $2y_{max}$! وإذا افترضنا أن الجسم استغرق Δt للوصول إلى أعلى ارتفاع لكانت سرعته المتوسطة (بالقيمة فقط) في الذهاب مساوية إلى $y_{\max} / \Delta t$ وكذلك في رحلة الإياب. أما لو أردنا حساب متجه السرعة المتوسطة (قيمة واتجاه) خلال الرحلة بأكملها ذهابا وإيابا لكانت النتيجة مساوية للصفر لأن متجه الإزاحة معدوم في هذه الحالة.

ولابأس من الاستفادة من الرسم البياني للتعمق في مفهوم السرعة المتوسطة (ومن ثم السرعة اللحظية التي سندرسها فيما بعد). فإذا افترضنا أن سيارة تسير على طريق مستقيمة بحيث يتغير بعدها عن مراقب ثابت (نقطة المبدأ أو مناط الإسناد) كما هو موضح في الشكل (2-3)، للاحظنا أولا أن السيارة لاتسير على الخط المنحني المرسوم بل على خط مستقيم نسميه محور السينات (كالشارع مثلا)، أما المنحني فيمثل تغيرات الموضع مع الزمن. وبأخذ نقطتين p_1 و p_2 تمثلان لحظتي بداية ونهاية مراقبة الجسم من قبل مراقب عند الموضع $x=0$ على محور السينات، عندئذ يمكن تحديد إزاحته بالمسافة بين



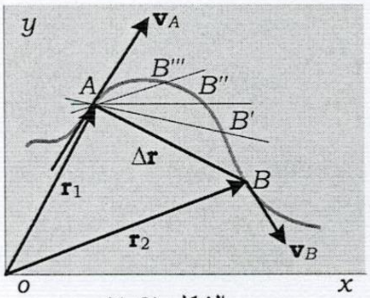
الشكل (2-3)

هاتين النقطتين $\Delta x = x_2 - x_1$ خلال الفترة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$. ويعطي ميل الوتر p_1p_2 في الشكل (2-3)، أي $\Delta x / \Delta t$، مقدار واتجاه السرعة المتوسطة للجسم خلال انتقاله بين هاتين النقطتين. فكلما كان الميل كبيرا بالقيمة المطلقة كلما كانت السرعة المتوسطة أكبر، وإذا كان الميل موجبا كانت الحركة بالاتجاه الموجب لمحور السينات، وإذا كان سالبا فإن السيارة تتحرك بالاتجاه السالب. وللملاحظة الأخيرة أهمية كبيرة **عندما يتحرك جسم على خط مستقيم** حيث

تعطي إشارة السرعة اتجاه الحركة فقط ولاعلاقة لها بتغير قيمتها (أي تسارعها أو تباطؤها) بتاتا. فلو تحرك جسم على خط مستقيم بسرعة +10 m/s ثم صارت سرعته −5 m/s فهذا لايعني أنه تباطأ بل يعني أنه غير اتجاه حركته من الجهة الموجبة للجهة السالبة أي أنه تباطأ وتوقف واستدار وعاد بالاتجاه المعاكس.

3-2 السرعة اللحظية *(Instantaneous Velocity)*

لمعرفة سرعة جسم في لحظة ما أو عند موضع معين، مثل النقطة A في الشكل (2-4)، نستفيد من العلاقة (2-3) التي تعطي **متوسط السرعة بين نقطتين** وذلك بجعل B تقترب من A إلى أن تنطبق عليها فتنتهي الإزاحة $\Delta\mathbf{r}$ والزمن Δt إلى الصفر سويا، وعندئذ يصير القاطع AB مماسا للمنحني عند A ويصير متجه السرعة مساويا إلى:



الشكل (2-4)

$$\mathbf{v} = \lim_{\substack{\Delta\mathbf{r}\to 0\\ \Delta t\to 0}} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad (2\text{-}4)$$

فالسرعة اللحظية عند نقطة معينة من مسار جسم هي مشتق متجه موضعه بالنسبة للزمن، ونمثلها هندسيا بمتجه مماس للطريق الذي يتحرك عليه الجسم عند النقطة المعتبرة بحيث يتناسب طوله مع قيمة السرعة بينما يعطي منحاه اتجاه الحركة. فإذا تحرك جسم على خط مستقيم (كسيارة تسير في الشارع) فإن متجه السرعة اللحظية يكون موازيا لخط السير دوما. بينما إذا سار الجسم على مسار دائري (كالإلكترون حول البروتون في ذرة الهيدروجين)، أو أي مسار آخر، فإن متجه السرعة اللحظية يكون مماسا للطريق عند كل نقطة يصل إليها الجسم.


الشكل (2-5)

والعلاقة (2-4) صحيحة سواء تحرك الجسم على خط مستقيم أو في مستو أو في الفضاء، ويكون له بشكل عام ثلاث مركبات على المحاور ox و oy وoz، أي:

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \quad (5\text{-}2)$$

حيث

$$v_z = \frac{dz}{dt} \quad \text{و} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{و} \quad v_x = \frac{dx}{dt} \quad (6\text{-}2)$$

مثل 2-1

يتغير بعد سيارة تسير على خط مستقيم بالنسبة لمراقب وفق العلاقة $x(t) = 6t^2 - t + 1$ حيث تقدر x بالمتر وt بالثانية. (أ) مابعد السيارة عن المراقب في اللحظة t=0 وماسرعتها اللحظية عندئذ؟ (ب) ما السرعة اللحظية عندما t=3 s؟ (ج) ما إزاحة السيارة خلال الفترة الزمنية من t=0 s إلىt=3 s؟ (د) ما السرعة المتوسطة للسيارة بين هاتين اللحظتين؟

الحل: (أ) من الواضح أن موضع السيارة بالنسبة للمراقب عندما بدأ يراقبها t=0 s، هو $x(0)$=1 m. وبما أن السيارة تسير على خط مستقيم فإن العلاقة (2-4) تصير:

$$v = v_x = \frac{dx}{dt}$$

أي أن:

$$v(t) = 12t - 1$$

ففي اللحظة t=0 نجد:

$$v(0) = -1 \text{ m/s}$$

أي أن السيارة كانت تبعد 1 m عن المراقب عندما بدأ بمراقبتها وتسير بسرعة 1 m/s بالاتجاه السالب لمحور السينات. فإذا كان المراقب يعتبر الاتجاه الموجب نحو الشرق مثلا فإن السيارة كانت تسير نحو الغرب لحظة بداية مراقبتها.

(ب) لإيجاد السرعة اللحظية بعد ثلاث ثواني من بدء المراقبة نضع t=3 s في معادلة السرعة أعلاه فنجد:

$$v(3) = 12(3) - 1 = +35 \text{ m/s}$$

أي أنه بعد ثلاث ثواني صارت السيارة تسير بسرعة 35 m/s بالاتجاه الموجب (نحو الشرق).

(ج) لحساب الإزاحة بين اللحظتين t=0 s وt=3 s نكتب:

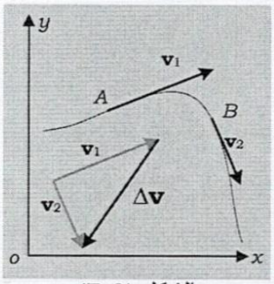
$$s = \Delta x = x(3) - x(0) = 51 \text{ m}$$

(هل تمثل هذه الإزاحة المسافة الفعلية المقطوعة خلال ثلاث ثواني؟)

4-2 التسارع المتوسط واللحظي

ولتعريف تسارع جسم بدلالة تغير متجه سرعته مع الزمن نعتبر جسما يتحرك في الفضاء، كما في الشكل (2-7)، بحيث أن متجه سرعته اللحظية في اللحظة t_1 عند الموضع A هو $\mathbf{v}_1$ وفي اللحظة t_2 عند الموضع B هو $\mathbf{v}_2$. عندئذ نعرف تسارعه المتوسط بين هذين الموضعين بالعلاقة:

$$\mathbf{a}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad (8\text{-}2)$$



الشكل (2-7)

ومن الواضح أن متجه التسارع المتوسط $\mathbf{a}_{av}$ يوازي $\Delta \mathbf{v}$ ويتناسب معه بالطول، بينما تعطى وحدته بوحدة السرعة مقسومة على الزمن، أي m/s^2.

الآن: إذا تحرك جسم بحيث تغير متجه سرعته اللحظية بشكل مستمر من لحظة لأخرى فإن تسارعه في لحظة معينة يصير مساويا للنهاية:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \qquad (9\text{-}2)$$

فالتسارع اللحظي لمتحرك في أي لحظة هو مشتق السرعة اللحظية لهذا الجسم في تلك اللحظة. وللتسارع بشكل عام ثلاث مركبات على المحاور الإحداثية ox وoy وoz، أي أن:

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \qquad (10\text{-}2)$$

حيث

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad \text{و} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad \text{و} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \qquad (11\text{-}2)$$

ويمكن إيجاد متجه السرعة اللحظية للجسم من تسارعه اللحظي بكتابة:

$$\mathbf{v} = \int \mathbf{a}\, dt \qquad (12\text{-}2)$$

ويجب في هذه الحالة معرفة حالة الجسم في لحظة معينة (شروط لبدء) حتى تتحدد سرعته بشكل كامل في أي لحظة.

مثل 3-2

تتحرك سيارة على خط مستقيم بسرعة متغيرة بالشكل $v(t) = 3t + 5\ \text{m/s}$. ماتسارع السيارة اللحظي ومالمسافة المقطوعة بعد ثلاث ثواني؟

الحل: بما أن السيارة تتحرك على خط مستقيم نكتب:

$$a = \frac{dv}{dt} = 3\ \text{m/s}^2$$

فالتسارع ثابت ولايتغير مع الزمن.

أما المسافة المقطوعة بعد ثلاث ثواني فنجدها بتحديد موضع الجسم بالنسبة للمراقب في أي لحظة ونكتب:

$$x(t) = \int v dt = \int (3t+5)\, dt = \tfrac{3}{2}t^2 + 5t + c$$

ثم نحسب المسافة المقطوعة خلال ثلاث ثواني:

$$s = x(3) - x(0) = [\tfrac{3}{2}(3)^2 + 5(3) + c] - [\tfrac{3}{2}(0)^2 + 5(0) + c] = 28.5\ \text{m}$$

ونلاحظ أننا لم نضطر لتحديد الثابت c في هذه الحالة إطلاقا.

5-2 الحركة بتسارع ثابت

لعل أهم وأشهر تسارع يعرفه الإنسان هو تسارع الجاذبية الأرضية قرب سطح الأرض والذي يساوي، كما نعرف، $9.80\ \text{m/s}^2$ ويتجه دوما نحو الأسفل، أي أنه ثابت بالقيمة والاتجاه. ولهذا ندرس في هذه الفقرة كيف تتحرك الأجسام الخاضعة لتسارعات ثابتة وكيف تتغير سرعاتها والمسافات التي تقطعها مع مرور الزمن لكثرة التطبيقات المتعلقة بهذه الحالات.

فإذا تحرك جسم بتسارع ثابت بالقيمة والاتجاه عندئذ نجد سرعته في أي لحظة من العلاقة (2-12) فنجد:

$$\boxed{\mathbf{v} = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0} \qquad (13\text{-}2)$$

حيث $\mathbf{v}_0$ سرعة الجسم لحظة بداية مراقبته (السرعة الابتدائية) في اللحظة t=0.

كما نجد متجه موضع الجسم من العلاقة (2-7) ونكتب:

$$\boxed{\mathbf{r} = \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0} \qquad (14\text{-}2)$$

حيث $\mathbf{r}_0$ متجه موضع الجسم لحظة بداية مراقبته، أي في اللحظة t=0.

وبالطبع عندما يتحرك الجسم في الفضاء فإن لكل من التسارع والسرعة والموضع ثلاث مركبات على المحاور الإحداثية ox وoy وoz.

ومن المفيد أن نلاحظ أنه عندما يتحرك جسم بتسارع ثابت فإن سرعته المتوسطة بين نقطتين1 و2 ترتبط بسرعته اللحظية عند كل واحدة منهما بالعلاقة:

$$\bar{v}_{AB} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{s}{t} \quad (15\text{-}2)$$

حيث s المسافة بين النقطتين المعنيتين وt الزمن اللازم للانتقال بينهما (برهن ذلك).

ومن المهم الإشارة مرة أخرى إلى أن بقاء سرعة جسم ثابتة بالقيمة لاتعني بالضرورة أن تسارعه يساوي الصفر لأنه من المحتمل أن يتحرك على مسار دائري (كالقمر حول الأرض) بسرعة ثابتة بالقيمة لكن اتجاهها يتغير باستمرار، مما يؤدي لتسارع الجسم باستمرار، وهذا ماسندرسه في فقرة لاحقة.

ونعيد التذكير بأن $\mathbf{r}_0$ و$\mathbf{v}_0$ تمثلان موضع وسرعة الجسم لحظة بداية مراقبته، أي في اللحظة t=0. ولذا عندما نقول إن الشروط الابتدائية لجسم هي$\mathbf{r}_0=5\ \mathbf{i}$ m و$\mathbf{v}_0=3\ \mathbf{j}$ m/s، مثلا، فإننا نعني أنه في اللحظة التي بدأنا متابعة حركة الجسم كان الأخير على بعد خمسة أمتار بالاتجاه الموجب لمحور السينات (اتجاه الشرق) ويتحرك بسرعة ثلاثة أمتار بالثانية باتجاه محور الصادات الموجب (نحو الشمال)، وذلك بفرض أننا اعتمدنا محور السينات اتجاه شرق–غرب ومحور الصادات باتجاه شمال–جنوب.

6-2 الحركة على خط مستقيم

إذا تحرك جسم على خط مستقيم فإن معادلات الحركة تصير غاية في السهولة إذ لايبقى هناك حاجة لاستعمال المتجهات، ويكون لكل من الموضع والسرعة والتسارع مركبة واحدة على خط الحركة. وقد جرت العادة أن يرمز لذلك المحور بـــ ox إذا تحرك الجسم على طريق أفقي، بينما يرمز له بـــ oy عندما يتحرك شاقوليا للأعلى والأسفل.

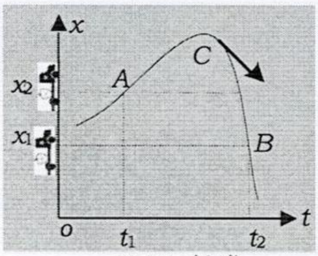
فإذا افترضنا جسما يتحرك على المحور ox عندئذ تصير سرعته المتوسطة عندما ينتقل من الموضع x_1 إلى x_2 معطاة بالعلاقة:

$$\boxed{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} \quad (16\text{-}2)$$

فإذا تحرك الجسم بحيث أن $x_2>x_1$ تكون سرعته موجبة أي أنه يتحرك بالاتجاه الموجب لمحور السينات (ولايعني ذلك بالضرورة أن الجسم موجود في الجهة الموجبة). وكذلك لو كان $x_1>x_2$ تكون سرعة الجسم سالبة أي أنه يتحرك بالاتجاه السالب. ونؤكد هنا على أن إشارة السرعة تدل فقط على اتجاه الحركة وليس لها علاقة بتسارع الجسم المتحرك أو تباطؤه. ولو اعتبرنا جسما يتحرك على خط مستقيم بحيث أن سرعته في لحظة ما -5 m/s وصارت بعد قليل -8 m/s فيجب أن نستنتج أنه يتحرك طوال الوقت بالاتجاه السالب وبتسارع لأن القيمة المطلقة لسرعته تزيد في ذلك الاتجاه. أما لو تغيرت سرعة جسم من $+6$ m/s مثلا إلى -4 m/s فلانستطيع تحديد فيما إذا تسارع أو تباطأ مباشرة لأن إشارة السرعة تغيرت مما يعني أنه حول اتجاهه من الجهة الموجبة للجهة السالبة، أي أنه توقف واستدار. فالجسم في هذه الحالة تباطأ أولا بالاتجاه الأول ثم تسارع في الاتجاه المعاكس. وبالطبع فإننا نجد السرعة اللحظية، كما فعلنا في فقرة سابقة، بالعلاقة:

$$\boxed{v=\frac{dx}{dt}} \qquad (17\text{-}2)$$

وإذا رسمنا تغيرات موضع جسم يتحرك على خط مستقيم بدلالة الزمن، كما في الشكل (2-8)، مثلا، واعتبرنا حركة الجسم بين النقطتين A وB فإن ميل القاطع AB يمثل السرعة المتوسطة بين هاتين النقطتين، بينما يعطي ميل المماس للمنحني عند أي نقطة مثل C، قيمة السرعة اللحظية عندها.



الشكل (8-3)

مثل 4-2

تتحرك سيارة على خط مستقيم بحيث يتغير موضعها في كل لحظة وفق العلاقة: $x(t)=3t-4t^2+t^3$، حيث تقدر x بالمتر وt بالثانية. (أ) ماموضع السيارة في اللحظات t=1,2,3,4 s؟ (ب) ما إزاحة السيارة بين اللحظتين t=0 s وt=4 s؟ (ج) ما السرعة المتوسطة للجسم بين اللحظتين t=2 s وt=4 s؟

الحل: لحساب موضع السيارة في اللحظات المذكورة نشكل جدولا بتغيرات x مع الزمن:

الزمن t(s)	0	1	2	3	4
الموضع x(m)	0	0	−2	0	12

لحساب إزاحة السيارة بين اللحظتين t=0 s وt=4 s نكتب:

$$s = x(4) - x(0) = 12 - 0 = 12 \text{ m}$$

(ج) لحساب السرعة المتوسطة بين اللحظتين t=2 s و t=4 s نكتب:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(2)}{4 - 2} = \frac{12 - (-2)}{2} = 7 \text{ m}$$

(د) أخيرا لحساب السرعة اللحظية للجسم عندما t=3 s نستعمل العلاقة (2-17) ونكتب:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 3 - 8t + 3t^2 \quad \Rightarrow \quad v(3) = 6 \text{ m/s}$$

7-2 الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت

تعتبر حركة جسم بتسارع ثابت ذات أهمية خاصة لأن الكثير من الحركات في الطبيعة تتم كذلك، كما ذكرنا سابقا، كسقوط الأجسام بالقرب من سطح الأرض. فإذا تحرك جسم على خط مستقيم بتسارع ثابت فإن العلاقات (2-13) و (2-14) تصير:

$$\boxed{v = at + v_0} \qquad (18\text{-}2)$$

و

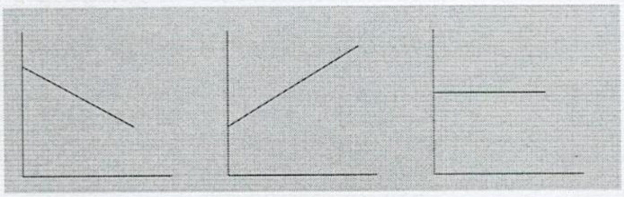
$$\boxed{x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} \qquad (19\text{-}2)$$

وباختصار الزمن بين العلاقتين الأخيرتين نجد:

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) = 2as} \qquad (20\text{-}2)$$

حيث s الإزاحة من x_0 إلى x.

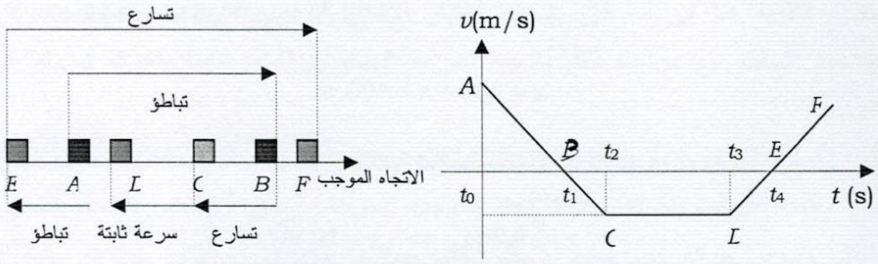
وتمثل العلاقة (2-18) تناسبا خطيا بين السرعة اللحظية والزمن. فإذا كان a يساوي الصفر فإن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة دوما،أما عندما يكون $a \neq 0$ فإن السرعة تتزايد أو تتناقص مع الزمن بشكل خطي، بحسب كون a موجبا أو سالبا، كمل في الشكل (2-9).



الشكل (2-9)

مثل 2-5

تتغير السرعة اللحظية لجسم يتحرك على خط مستقيم مع الزمن كما هو موضح بالشكل (2-10). فسر كل مرحلة من مراحل الحركة.



الشكل (2-10)

الحل: يمكن تحليل حركة الجسم بملاحظة أنه عندما بدأ المراقب متابعته في اللحظة $t=0$ كانت سرعة الجسم موجبة (النقطة A) ثم تناقصت تدريجيا مع مرور الزمن لكن بالاتجاه الموجب، فالجسم تباطأ بين اللحظتين t_0 وt_1 إلى أن توقف (النقطة B) ثم استدار وغير اتجاه حركته وتسارع بالاتجاه السالب خلال الفترة من t_1 وحتى t_2 (النقطة C)، ثم سار بعدها بسرعة ثابتة (بالاتجاه السالب) لفترة زمنية من t_2 وحتى t_3 (النقطة D)، حيث تباطأ في ذلك الاتجاه إلى أن توقف في اللحظة t_4 (النقطة E) مغيرا اتجاه حركته بالاتجاه الموجب ليتسارع بعد ذلك (النقطة F ومابعدها). ونذكر هنا أن حركة الجسم تتم على خط مستقيم لاعلى الخط المنكسر المرسوم. ويجدر فهم هذا المثل لأهميته في استيعاب الحركة على خط مستقيم.

مثل 2-6

تسير سيارة على خط مستقيم بسرعة 30 m/s وعلى بعد 200 m منها سيارة أخرى تسير أمامها على نفس الخط وبنفس الاتجاه بسرعة 10 m/s. لتجنب التصادم تتباطأ السيارة الأولى بمعدل $1\ m/s^2$، ماسرعتها عندما تلحق بالسيارة الثانية وما المسافة التي ستقطعها خلال ذلك؟

الحل: نفترض أن السيارة الثانية ستقطع مسافة x إلى أن تلحق بها الأولى التي ستكون قد قطعت مسافة $x+200$ ، كما هو موضح بالشكل (2-11)، وباستعمال العلاقة(2-19) نكتب لكل سيارة:

الشكل (2-11)

بالنسبة للسيارة الأولى $x + 200 = \frac{1}{2}at^2 + 30t$

بالنسبة للسيارة الثانية $x = 10t$

وبحل هاتين المعادلتين نجد: $x = 200 \text{ (m)}$

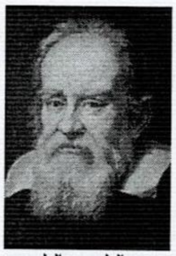
أي أن المسافة التي قطعتها السيارة الأولى هي:

$$x = 200 + x = 400 \text{ m}$$

ولإيجاد سرعة هذه السيارة عندما تلحق بالثانية نستعمل (2-20) ونكتب:

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad \Rightarrow \quad v = 10 \text{ m/s}$$

8-2 السقوط الحر *(Free Fall)*



جاليليو جاليلي

درس **جاليليو جاليلي** *(Galileo Galilee 1564-1642)* حركة الأجسام الساقطة بشكل حر بالقرب من سطح الأرض بدءا من السكون فلاحظ أنها تقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية، بغض النظر عن كتلها (مهملا مقاومة الهواء وحركة الرياح)، فاستنتج أن لهذه الأجسام نفس التسارع أطلق عليه **تسارع الجاذبية الأرضية** *(gravitational acceleration)* قيمته قرب سطح الأرض 9.801 m/s^2 ويتجه دوما نحو الأسفل (مركز الأرض). وقد توصل جاليليو إلى نتائجه المهة هذه بعد إجراء العديد من التجارب على أجسام تتدحرج على سطوح مائلة بقياس المسافات التي تقطعها خلال فترات زمنية متساوية ومتعاقبة، كما كرر التجارب بزيادة ميل السطح إلى أن صار شاقوليا تقريبا حيث تؤول حركة الجسم إلى سقوط حر.

ويطلق على حركة كل جسم يتحرك شاقوليا تحت تأثير الجاذبية الأرضية فقط اسم سقوط حر، وإن لم يبدأ من السكون، ويكون تسارعه **ثابتا** بالقيمة ويرمز له بـــ g **ويتجه للأسفل دوما** بغض النظر سواء كانت حركة الجسم للأعلى أوللأسفل في أي لحظة من الزمن.

فإذا اعتبرنا الاتجاه الشاقولي نحو الأعلى هو الاتجاه الموجب، أي أن $a=-g$، عندئذ تصير معادلات حركة الجسم (2-18) و (2-19) و (2-20) بالشكل:

$$v = -gt + v_0 \qquad (21\text{-}2)$$

و

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \qquad (22\text{-}2)$$

و

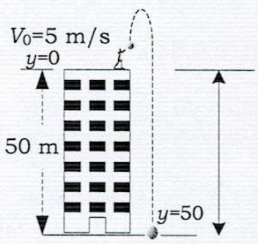
$$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(y - y_0) = -2gs \tag{23-2}$$

حيث وضعنا الإزاحة $s=y-y_0$.

ويجدر التنويه هنا إلى أنه كان بإمكاننا اختيار الاتجاه الموجب للأسفل ووضع $a=+g$ في العلاقات السابقة مع مراعاة ذلك بالنسبة لسرعة الجسم وإزاحته عندما يتحرك شاقوليا في الفضاء.

وكما ذكرنا سابقا فإن تسارع أي جسم ساقط بشكل حر ثابت بالقيمة والاتجاه لكن كونه موجبا أو سالبا يعتمد على طريقة اختيارنا للاتجاه الموجب للحركة. فيمكن أن نعتبر الاتجاه الموجب للأعلى وندرس حركة جسم يسقط للأسفل فنكتب تسارعه سالبا دوما، وتكون سرعته سالبة إلا أنها تزداد بالقيمة المطلقة مع مرور الزمن مما يعني أنه يتسارع. بينما لو تحرك الجسم للأعلى فتتناقص قيمة سرعته ويكون متباطأ عندئذ. ولذا نعيد التذكير بأن تزايد أو تناقص قيمة السرعة في اتجاه معين هي الدليل الوحيد على التسارع أو التباطؤ وليس إشارة السرعة أوالتسارع.

مثل 2-7



الشكل (2-11)

يقذف طفل يقف على سطح بناء ارتفاعه 50 m كرة بسرعة 5 m/s نحو الأعلى. (أ) ما أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة وماسرعتها عندما تعود لنفس ارتفاع نقطة الإطلاق؟ (ب) مازمن طيرانها؟

الحل: نفترض الاتجاه الموجب للأعلى ونقطة المبدأ (أي موضع المراقب الذي يدرس الحركة) تقع عند سطح البناء، كما في الشكل (2-11). لذا نكتب تسارع الكرة في أي مرحلة $a=-g$، أما سرعتها الابتدائية فهي $v_0=+5$ m/s، كما أن $y_0=0$.

(أ) لإيجاد أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة نلاحظ أن سرعتها تصير مساوية للصفر عندما تصل هناك، ومن ثم نستخدم (2-23) ونكتب:

$$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(y - y_0) \Rightarrow \ 0 - 25 = 2(-9.8)s \ \Rightarrow \ s = 1.28 \text{ m}$$

ولإيجاد سرعة الكرة عندما تعود لنفس ارتفاع نقطة إطلاقها نلاحظ أنها تسقط من ارتفاع ابتدائي $y_0=1.28$ m بسرعة ابتدائية معدومة إلى ارتفاع نهائي $y=0$ لذا نجد من (2-23):

$$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(y - y_0) \Rightarrow v^2 - 0 = 2(-9.8)(0 - 1.28) \Rightarrow v_0 = -5 \text{ m/s}$$

حيث نضع الإشارة السالبة لأن الجسم يتحرك للأسفل. ونلاحظ من هذه النتيجة أن الكرة تعود لنفس الارتفاع بنفس السرعة، وهذه نتيجة عامة لأي جسم يسقط بشكل حر في الفضاء.

(ب) لحساب زمن الطيران من لحظة الإطلاق إلى أن تعود الكرة للأرض نعتبر حركتها الكلية بالنسبة لمراقب يقف على السطح، فنلاحظ أن ارتفاعها الابتدائي $y_0=0$، وسرعتها الابتدائية $v_0=+5$ m/s وارتفاعها النهائي عندما تصل للأرض $y=-50$ m، وذلك بفرض الاتجاه الموجب للأعلى، كما حددنا ببداية المثل. ومن ثم نستخدم العلاقة (2-22) فنجد:

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \Rightarrow 0 = \tfrac{1}{2}(-9.8)t^2 + 5t - 50 \Rightarrow t = 3.75 \text{ s}$$

ويمكن حساب هذا الزمن بطريقة أخرى وذلك بحساب الزمن اللازم للكرة للوصول إلى أعلى ارتفاع t_1، ثم حساب الزمن اللازم للسقوط من ذلك الارتفاع t_2 وعندئذ يكون الزمن الكلي مساويا لـــ $t=t_1+t_2$.

ونبدأ بحساب t_1 فنلاحظ أن الكرة قذفت بسرعة ابتدائية 5 m/s وأن سرعتها النهائية عند وصولها لأقصى ارتفاع تساوي الصفر، ولذلك نكتب:

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow 0 = -9.8t_1 + 5 \Rightarrow t_1 = 0.51 \text{ s}$$

ونجد t_2 بملاحظة أن الكرة ستسقط من ارتفاع $y=-(50+1.28)=-51.28$ m بدءا من السكون، ولذلك نكتب:

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \Rightarrow -51.28 = -\tfrac{1}{2}(-9.8)t_2^2 + 0 + 0 \Rightarrow t_2 = 3.24 \text{ s}$$

وبذلك يكون الزمن الكلي: $t = t_1 + t_2 = 3.75$ s

وهي نفس النتيجة التي وجدناها سابقا.

من علماء الإسلام

ابن الهيثم

محمد بن الحسن بن الهيثم البصري (ولد 354 هـــ- 965 م وتوفي 427 هـــ- 1038 م). عاش في عصر ازدهار العلوم والآداب في الدولة العباسية وانكب على دراسة البصريات والهندسة. فدرس ظواهر إنكسار الضوء وإنعكاسه بشكل مفصل، وخالف الآراء القديمة كنظريات بطليموس، فنفى أن الرؤية تتم بواسطة أشعة تنبعث من العين، وشرح العين تشريحا كاملا وبين وظيفة كل قسم منها، وأرسى أساسيات علم العدسات ممهدا لاستعمال العدسات المتنوعة في معالجة عيوب العين. له أكثر من 80 كتابا ورسالة، عرض فيها لسير الكواكب والقمر والأجرام السماوية وأبعادها من أشهر أعماله **المناظر - المرايا المحرقة بالدوائر - كيفـيات الإظلال** وغيرها.

ملخص الفصل

السرعة المتوسطة	$v_{av} = \dfrac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$
السرعة اللحظية	$v = \dfrac{d\mathbf{r}}{dt}$
التسارع المتوسط	$a_{av} = \dfrac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$
التسارع اللحظي	$a = \dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = \dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$
قوانين الحركة بتسارع ثابت	$\left.\begin{array}{l} \mathbf{v} = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{r} = \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0 \\ v^2 - v_0^2 = 2as \end{array}\right\}$
السقوط الحر (الاتجاه الموجب للأسفل)	$\left.\begin{array}{l} a = g \\ v = gt + v_o \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \end{array}\right\}$

تمارين ومسائل

السرعة المتوسطة

1-2 ما المسافة التي تقطعها سيارة تسير بسرعة 80 km/h خلال انشغال سائقها بالنظر إلى حادث على جانب الطريق لمدة ثانية واحدة؟

2-2 يهرول رجل بسرعة متوسطة 5 m/s لمدة خمس دقائق ثم يقف ليرتاح لمدة خمس دقائق أخرى. ماسرعته المتوسطة خلال العشر دقائق كلها؟

3-2 ركض كارل لويس مسافة 100 m خلال 10 s، بينما ركض العداء المغربي هشام الغروج مسافة 5000 m بزمن 13 دقيقة و49.39 ثانية خلال الألعاب الأولمبية عام 2004. ما السرعة المتوسطة لكل منهما؟ ولو استطاع كارل لويس المحافظة على سرعته لقطع 5000 m فما الزمن الذي سيستغرقه لذلك؟

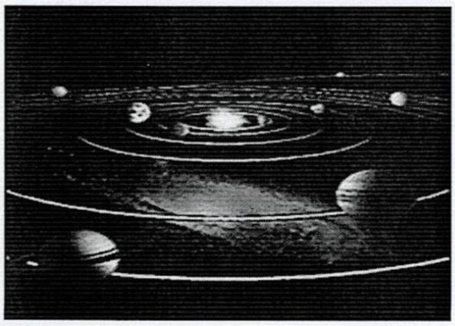
4-2 تنتشر الإشارات الكهربائية في أعصاب الكائنات الحية بسرعة 100 m/s تقريبا. ما الزمن اللازم لحوت طوله 30 m ليشعر بعضة سمكة قرش في ذيله؟

5-2 تبتعد مجرة كونية بسرعة 21,600 km/h عن مجرتنا (درب التبانة) التي تبعد عنها حاليا حوالي 1.4×10^9 سنة ضوئية. ما الزمن الذي استغرقته هذه المجرة للوصول إلى هذا البعد بفرض أنها تسير بسرعة ثابتة؟ (السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء في سنة كاملة).

الفصل الثالث

الحركة في مستو

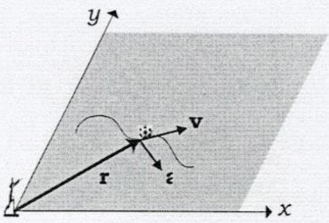
(Plane Motion)



1-3 تمهيد

درسنا في الفصل السابق حركة الأجسام بشكل عام واستخرجنا المعادلات التي تعطي متغيراتها في الفضاء، ثم انتقلنا لحركة جسم على خط مستقيم وبخاصة السقوط الحر. إلا أن أهم الحركات الشائعة في الطبيعة، كالقمر حول الأرض أو الكواكب حول الشمس، تتم في مستو. لذا ندرس في هذا الفصل الحركة المستوية للأجسام، ثم ندرس حالة خاصة هي المقذوفات لأنها سهلة ولها تطبيقات يومية كثيرة. فنصفها ونحللها لمركبتين على محورين مناسبين، ونستخلص معادلات الحركة والمسار لها. ثم ندرس الحركة الدائرية المنتظمة التي تتم بسرعة ثابتة بالقيمة ونستخرج تسارعها المركزي ودورها وترددها. وندرس أخيرا مفهوم السرعة النسبية وبعض تطبيقاتها.

2-3 الحركة في مستو



الشكل (3-1)

إذا تابعنا حركة كرة تتدحرج على أرض الغرفة، كما في الشكل (3-1)، للاحظنا أنها تبقى دائما عند نفس الارتفاع لكنها تتحرك في مستو أرض الغرفة ولذا نقول إن حركتها مستوية. وتتحدد متغيرات حركة الكرة في أي لحظة بمتجه موضعها **r** وسرعتها **v** وتسارعها **a** حيث يكون لكل منها مركبتين فقط على المحورين ox (طول الغرفة) وoy (عرضها) مثلا.

ونكتب هذه المتجهات بالعلاقات:

$$\begin{cases} \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \\ \mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} \\ \mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} \end{cases} \qquad (1\text{-}3)$$

حيث تعطى مركبتي السرعة بالعلاقتين:

$$v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{و} \quad v_x = \frac{dx}{dt} \qquad (2\text{-}3)$$

والتسارع:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \quad \text{و} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (3\text{-}3)$$

مثل 3-1

تتدحرج كرة على سطح طاولة أفقية بسرعة $\mathbf{v}_0=3\ \mathbf{i}\ \text{m/s}$ وتسارع $\mathbf{a}=-\mathbf{i}+2\mathbf{j}\ \text{m/s}^2$ حيث $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ متجهي وحدة موازيين لطول وعرض الطاولة، على الترتيب. ماموضع الكرة وسرعتها بعد 5 s؟

الحل: بما أن التسارع ثابت بالقيمة والاتجاه لأنه لايتغير مع الزمن، لذا نستخدم معادلات الحركة بتسارع ثابت ونكتب:

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0 = (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j})t + 3\mathbf{i} = (-t + 3)\mathbf{i} + (2t)\mathbf{j}\ \text{m/s}$$

و

$$\mathbf{r} = \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0 = \tfrac{1}{2}(-\mathbf{i} + 2\mathbf{j})t^2 + (3\mathbf{i})t + 0\ \text{m}$$

حيث اعتبرنا الموضع الابتدائي للكرة عند طرف الطاولة $\mathbf{r}_0=(0,0)$.

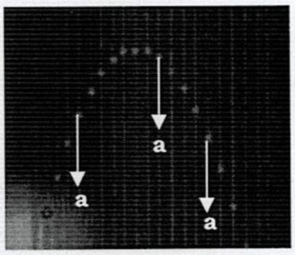
وعندما t=5 s نجد:

$$\mathbf{v}(5) = -2\mathbf{i} + 10\mathbf{j}\ \text{m/s}$$

و

$$\mathbf{r}(5) = 2.5\mathbf{i} + 25\mathbf{j}\ \text{m}$$

3-3 حركة المقذوفات *(Projectile Motion)*



إذا تحرك جسم في مستو أو في الفضاء تحت تأثير الجاذبية فقط فإننا نقول إنه مقذوف، ككرة قدم تطير في الهواء، أو ماء يندفع من نافورة. وتتم حركة المقذوف عادة في نفس المستوي إذا لم يكن هناك رياح أو قوى غير الجاذبية مؤثرة عليه. كما يكون

تسارعه مساويا لتسارع الجاذبية فقط، أي أن:

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} = -g\mathbf{j}\ \mathrm{m/s^2} \quad (4\text{-}3)$$

حيث نعتبر محور الصادات الموجب شاقوليا (عموديا على سطح الأرض) نحو الأعلى.
وبأخذ مركبتي التسارع على محور السينات الموازي لسطح الأرض ومحور الصادات نجد:

$$a_y = -g \quad \text{و} \quad a_x = 0 \quad (5\text{-}3)$$

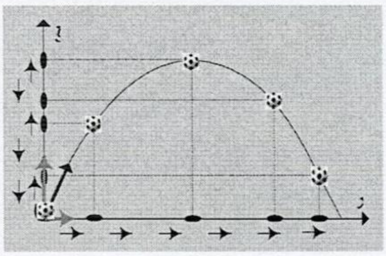
وبالاستفادة من معادلات الحركة بتسارع ثابت نجد سرعة وموضع الجسم في أي لحظة:

$$\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} = v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y} = -gt + v_{0y} \end{cases} \quad (6\text{-}3)$$

حيث v_{0x} وv_{0y} مركبتي سرعة القذيفة لحظة إطلاقها على المحورين ox وoy، على الترتيب.
كما تتغير المسافة السينية (الأفقية) والصادية (الشاقولية) التي تقطعها القذيفة في أي لحظة وفق العلاقتين:

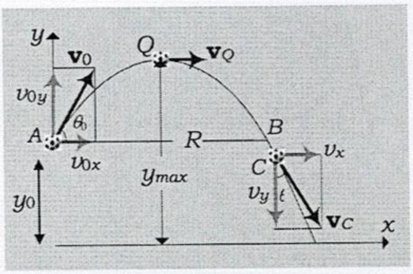
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_{0x} = v_{0x}t + x_{0x} \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} \quad (7\text{-}3)$$

حيث (x_0, y_0) موضع القذيفة الابتدائي بالنسبة لمراقب موجود في الموضع (0,0).
ولفهم الطريقة التي يتحرك بها مقذوف نفترض أننا نراقب كرة تطلق بسرعة ابتدائية v_0، كما في الشكل (3-2)، بحيث تطير من نقطة الإطلاق فترتفع في الفضاء ثم تعود للأرض.
فلو تابعنا **ظل** الكرة على الأرض خلال طيرانها لرأينا بقعة تتحرك أفقيا بحيث يتغير موضعها باستمرار مع الزمن مبتعدا عن نقطة الإطلاق. إن **الحركة الأفقية** لهذا الظل على الأرض تمثل المركبة السينية لحركة الكرة. وتدل x في العلاقات (3-8) على بعد هذا الظل عن نقطة الإطلاق بعد زمن t بينما تدل v_x على سرعته و a_x على تسارعه. ونستنتج من كون $a_x=0$ أن تسارع هذا الظل على الأرض معدوم وأنه يتحرك بسرعة ثابتة تساوي السرعة التي بدأ بها من نقطة الإطلاق والتي رمزنا



الشكل (3-2)

لها بـــ v_{0x}. أما لو تابعنا **ظل** الكرة على حائط شاقولي موازي للمحور oy لرأينا أيضا بقعة تتحرك على الحائط بحيث يتزايد ارتفاعها مبدئيا إلى أن يبلغ قيمة عظمى ثم يعود أدراجه للأسفل. ولو أمكن للمقذوف أن ينزل تحت مستوى نقطة الإطلاق لتابع هذا الظل حركته على الحائط للأسفل. إن **ارتفاع** هذا الظل هو مارمزنا له بالمركبة الصادية لمتجه موضعه، أي y، ونستنتج من (3-5) و(3-6) أن تسارع هذا الظل على الحائط يساوي $-g$ (بفرض الاتجاه الموجب للأعلى) وأن سرعته الشاقولية v_y تتغير مع مرور الزمن بحيث يزداد ارتفاعه لفترة معينة ثم يتناقص بعد ذلك أبدا. وبالطبع فإن الكرة الحقيقية لاتتحرك أفقيا على الأرض ولا شاقوليا على الحائط بل تطير في الهواء بشكل حر، كما في الشكل (3-2). وتكون سرعتها محصلة سرعتي الظلين المذكورين وموضعها محدد من محصلة موضعيهما كذلك.



الشكل (3-3)

ويمكن تحديد v_{0x} وv_{0y} لحظة إطلاق القذيفة من الشكل (3-3)، فنكتب:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \\ v_{0y} = v_0 \sin\theta_0 \end{cases} \quad (3\text{-}8)$$

بينما نجد قيمة سرعتها واتجاهها في أي لحظة بالعلاقة:

$$\begin{cases} v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ \tan\theta = \dfrac{v_y}{v_x} \end{cases} \quad (3\text{-}9)$$

وعادة مانحتاج لمعرفة أعلى ارتفاع تصل إليه القذيفة والزمن اللازم لذلك ومداها. ولهذا نحسب الزمن اللازم لتصل لأعلى ارتفاع أولا بملاحظة أن سرعتها الشاقولية v_y تصير صفر هناك.

لذا نكتب من العلاقة (3-6):

$$v_y = -gt_{\max} + v_{oy} = 0$$

ومنه

$$\boxed{t_{\max} = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{v_o \sin\theta}{g}} \quad (3\text{-}10)$$

ومن ثم نجد أعلى ارتفاع بتعويض t_{max} في (3-7):

$$y_{\max} = -\frac{1}{2} g t_{\max}^2 + v_{0y} t_{\max} + y_0$$

أي أن:

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} + y_0 = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} + y_0 \qquad (11\text{-}3)$$

معادلة المسار:

من الواضح أن القذيفة تسير على منحنى غير دائري خلال طيرانها ويمكن أن نجد معادلة هذا المسار باختصار الزمن بين المعادلتين (3-7) فنجد:

$$y = -\left(\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}\right) x^2 + (\tan \theta_0) x + y_0 \qquad (12\text{-}3)$$

وهي معادلة مشابهة لـــ $y = ax^2 + bx + c$ التي تمثل قطعا مكافئا متقعرا نحو الأسفل تقع ذروته عند النقطة Q في الشكل (3-3) ويعطى ارتفاعها بالمعادلة (3-11).

مدى القذيفة *(range)*:

نعرف مدى القذيفة **بالمسافة الأفقية التي تقطعها لتعود لنفس ارتفاع نقطة الإطلاق**. ففي الشكل (3-3) نكتب المدى مساويا إلى AB وعندها يكون $y=y_0$، فنجد من معادلة المسار (3-12):

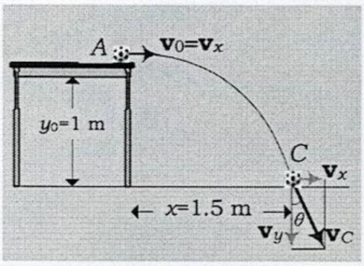
$$R = \frac{2v_{0x} v_{0y}}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \qquad (13\text{-}3)$$

ونلاحظ مما تقدم أن جميع خصائص حركة المقذوف، كشكل الطريق الذي يتحرك عليه وأعلى ارتفاع يصل إليه ومداه، تتحدد جميعها من متجه سرعته الابتدائية (قيمة واتجاه) التي يطلق بها بالإضافة لتسارع الجاذبية في مكان الإطلاق. وتوضح الأمثلة التالية هذه المفاهيم.

مثل 3-2

تتدحرج كرة عن سطح طاولة ارتفاعها 1 m فتسقط على بعد 1.5 m من حافتها، كما في الشكل (3-4). (أ) ماسرعة الكرة الابتدائية؟ وزمن طيرانها؟ (ب) ماقيمة واتجاه سرعة الكرة لحظة وصولها للأرض؟

الحل: من المفيد عند حل مسائل المقذوفات أن نحدد في كل تمرين موضع المراقب الذي يدرس حركة المقذوف (أي نقطة مبدأ المحاور الإحداثية). فنفترض هنا أنه يقع على الأرض تحت نقطة إنطلاق الكرة من على الطاولة مباشرة، كما في الشكل (4-3)، فيكون $x_0=0$ و $y_0=1$ m. وزاوية إطلاق الكرة $\theta_0=0$ وتصير مركبتي سرعتها الابتدائية $v_{0x}=v_0$ و $v_{0y}=0$.



الشكل(3-4)

(أ) نلاحظ أنه عندما تطير الكرة عن الطاولة وتسقط للأرض يصير بعدها الأفقي x=1.5 m وارتفاعها النهائي y=0. وبتعويض هذه المعلومات في العلاقتين (2-7) نجد:

$$x=v_{0x}t+x_0=v_0t$$

و

$$y=-\tfrac{1}{2}gt^2+v_{0y}t+y_0=-\tfrac{1}{2}gt^2+1=0$$

ونستنتج من هاتين العلاقتين أن:

$$v_0=3.3 \text{ m/s} \quad \text{و} \quad t=0.45 \text{ s}$$

(ب) لإيجاد سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض نعوض الزمن t في معادلات السرعة (3-6) فنجد:

$$v_x=v_{0x}=3.3 \text{ m/s}$$

و

$$v_y=-gt+v_{0y}=-4.4 \text{ m/s}$$

أي أن

$$\mathbf{v}=v_x\mathbf{i}+v_y\mathbf{j}=3.3\mathbf{i}-4.4\mathbf{j} \text{ m/s}$$

فقيمة السرعة عندئذ هي

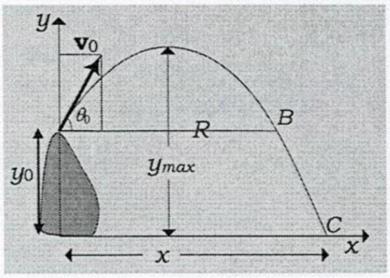
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=5.5 \text{ m/s}$$

ونجد اتجاهها من الزاوية التي يصنعها متجه السرعة مع محور السينات الموجب عند هذه النقطة، فنكتب:

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{-4.4}{3.3}=-1.3 \Rightarrow \theta=-53°$$

مثل 3-3

تطلق قذيفة من ذروة هضبة ارتفاعها 300 m بسرعة ابتدائية 20 m/s وتصنع زاوية 30° مع الأفق. جد: معادلة مسار القذيفة وأعلى ارتفاع تصل إليه ومداها وموضع ارتطامها بالسهل.



الشكل (3-5)

الحل: نحدد المحاور الإحداثية، كما في الشكل (3-5)، ونكتب الشروط الابتدائية:

$$x_0 = 0,\ y_0 = 300\ \text{m},\ \upsilon_0 = 20\ \text{m/s},\ \theta_0 = 30°$$

بتعويض هذه القيم في معادلة المسار نجد:

$$y = -(\frac{9.8}{2(20)^2 \cos^2 30°})x^2 + (\tan 30°)x + 300 = -0.016x^2 + 0.58x + 300$$

ولإيجاد أعلى ارتفاع تصل إليه القذيفة نستعمل المعادلة (3-11) ونكتب:

$$y_{\max} = \frac{\upsilon_{0y}^2}{2g} + y_0 = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} + y_0 = 305.1\ \text{m}$$

كما نجد مدى القذيفة بوضع $y=y_0$ في معادلة المسار:

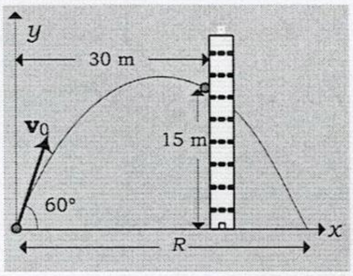
$$300 = -0.016x_B^2 + 0.58x_B + 300 \quad \Rightarrow \quad x_B = R = 36.2\ \text{m}$$

ونحصل على نقطة ارتطامها بالسهل بوضع $y=0$ في (3-12):

$$y = -0.016x^2 + 0.58x + 300 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 156.2\ \text{m}$$

مثل 3-4

تطلق قذيفة من سطح الأرض بزاوية 60° فوق الأفق فتصيب حائطا يبعد 30 m على ارتفاع 15 m ، كما في الشكل(3-6). (أ) ماسرعة الإطلاق وماأعلى ارتفاع تصل إليه وما مداها؟



الشكل(3-6)

الحل: نضع المحاور عند نقطة الإطلاق ونكتب الشروط الابتدائية $x_0 = y_0 = 0$ ، كما نلاحظ أن إحداثيات القذيفة

عند اصطدامها بالحائط هي $x_0 = 30$ m, $y = 15$ m ، لذا نعوض في معادلة المسار فنجد:

$$15 = -\left(\frac{9.8}{2v_0^2 \cos^2 60°}\right)(30)^2 + (\tan 60°)(30) + 0$$

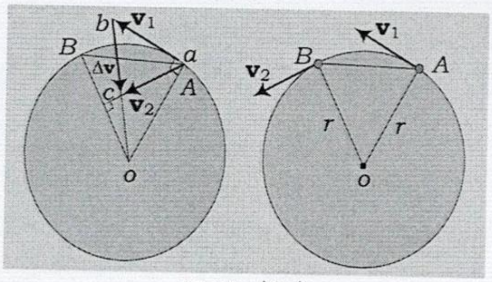
وبحل هذه المعادلة نجد v_0=21.8 m/s.

أما أعلى ارتفاع فنجده من العلاقة (3-11) مباشرة ونكتب:

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} + y_0 = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = 18.3 \text{ m}$$

3-4 الحركة الدائرية المنتظمة *(Uniform Circular Motion)*

تعتبر الحركة الدائرية المنتظمة، كدوران القمر حول الأرض، أو الإلكترون حول البروتون في النموذج الأولي للذرة، من الأمثلة المهمة على الحركة الدائرية في مستو، حيث تبقى قيمة السرعة ثابتة إلا أن اتجاهها يتغير باستمرار من نقطة لأخرى مع بقاء الجسم الدوار في نفس المستوي دائما راسما دائرة مركزها الأرض في حالة القمر، أو البروتون في حالة ذرة الهيدروجين. وبما أن متجه سرعة جسم يدور تتغير بالاتجاه لذا فإن له تسارعا يمكن أن نجد قيمته واتجاهه من الشكل (3-7) الذي يمثل جسما يدور على دائرة نصف قطرها r وقيمة سرعته اللحظية عند أي موضع هي v، أي أن $|\mathbf{v}_1| = |\mathbf{v}_2| = v$.



الشكل (3-7)

فإذا افترضنا أنه يستغرق زمنا Δt للانتقال بين النقطتين A وB عندئذ نكتب متوسط تسارعه بينهما بالشكل:

$$\mathbf{a}_{av} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t}$$

ويتضح من هذه العلاقة أن **a** يوازي $\Delta\mathbf{v}$ حيث نلاحظ من الشكل (3-7) أنه **باتجاه مركز الدائرة** التي يدور عليها الجسم عندما تكون A قريبة من B. أما قيمة التسارع فتساوي حاصل

القسمة $\Delta v/\Delta t$ ونستنتج من الشكل (3-7) أن الخط AB يمثل الإزاحة Δs، كما أن المتجه $\overrightarrow{ac}$ يوازي ويساوي v_2. وعندئذ يكون الخط bc مساويا للفرق Δv. فإذا استفدنا من تشابه المثلثين OAB وabc، لأن كل منهما متساوي الساقين وزاوية الرأس $A\hat{O}B$ تساوي $b\hat{a}c$ بالتعامد، عندئذ نكتب من نسب التشابه:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{ac}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta s}{\Delta v} = \frac{r}{v}$$

ومنه

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = (\frac{\Delta s}{\Delta t})(\frac{r}{v})$$

فإذا صارت A قريبة جدا من B عندئذ يصير الزمن Δt صغيرا جدا وتؤول النسبة $\Delta v/\Delta t$ إلى التسارع اللحظي a كما تؤول النسبة $\Delta s/\Delta t$ إلى السرعة اللحظية v بحيث يصير التسارع

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}} \qquad (14\text{-}3)$$

فلكل جسم يدور على مسار دائري نصف قطره r بسرعة ثابتة v تسارع مركزي قيمته v^2/r **ويتجه نحو مركز الدائرة**. ولهذه النتيجة أهمية كبيرة عند دراسة القوى إذ تعني أن جسما كهذا لايخضع لقوة طاردة بعيدة عن المركز، كما هو شائع، بل لقوة جاذبة نحوه كما سنرى لاحقا.

وتتميز كل حركة دائرية بالزمن اللازم للجسم للقيام بدورة واحدة كاملة على محيط الدائرة يسمى **الدور** *(period)* ويرمز له T، ويساوي حاصل قسمة المسافة المقطوعة $2\pi r$ على سرعة الجسم v، أي أن:

$$\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}} \qquad (15\text{-}3)$$

كما يسمى عدد الدورات التي يدورها الجسم في ثانية واحدة **التردد** *(frequency)* ويرمز له f.

ويرتبط التردد بدور الحركة بالعلاقة البسيطة:

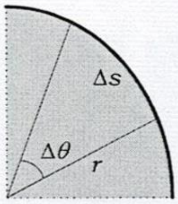
$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}} \qquad (16\text{-}3)$$

وتعطى وحدته بـــ $1/s$ أو هرتز (Hz)، أي أن $1\ Hz = 1\ s^{-1}$.

وتتميز كل حركة دائرية **بالسرعة الزاوية** *(angular velocity)* التي تدل على مقدار الزاوية التي يدورها الجسم في واحدة الزمن. فإذا افترضنا أنه دار زاوية $\Delta\theta$ خلال زمن Δt عندئذ نعرف سرعته الزاوية بالعلاقة:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{17-3}$$

حيث تقدر الزوايا بالراديان والزمن بالثانية. ولذا تقدر السرعة الزاوية بـــ rad/s. ويمكن أحيانا إعطاء السرعة الزاوية بعدد الدورات التي يدورها الجسم في زمن معين، مثل rev/min، حيث يمكن تحويل هذه القيمة لراديان بالثانية بملاحظة أن الدورة الواحدة (rev) تساوي 2π راديان، والدقيقة (min) تعادل 60 ثانية، أي نكتب: rev/min=2π/60 rad/s، وهكذا.



الشكل (3-8)

ويمكن الربط بين السرعة الزاوية ω لجسم يدور على دائرة وسرعته الخطية v إذا لاحظنا أن طول القوس الذي يدوره الجسم خلال زمن Δt يساوي $\Delta s = r\Delta\theta$، كما في الشكل (3-8)،وبقسمة طرفي هذه العلاقة على Δt وملاحظة أن $v = \Delta s/\Delta t$ و $\omega = \Delta\theta/\Delta t$ نجد:

$$v = r\omega \tag{18-3}$$

مثل 3-5

يدور القمر حول الأرض في مسار دائري تقريبا مرة كل 29.5 يوما. ماسرعة القمر وتسارعه مع العلم أن المسافة بين الأرض والقمر هي 385,000 كم؟

الحل: نكتب المسافة التي يقطعها القمر في دورة واحدة:

$$s = 2\pi R = 2\pi(385\times10^6) = 2.4\times10^9\ \text{m}$$

كما أن زمن دورة كاملة للقمر حول الأرض هو:

$$T = 29.5\times24\times3600 = 2.5\times10^6\ \text{s}$$

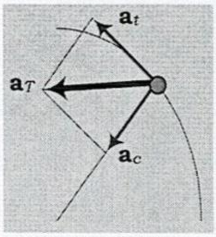
فتصير سرعة دوران القمر:

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2.4\times10^9}{2.5\times10^6} = 9.6\times10^2\ \text{m/s}$$

ونحسب التسارع المركزي:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(9.6\times10^2)^2}{385\times10^6} = 2.4\times10^{-3}\ \text{m/s}^2$$

ويجدر التنويه إلى أنه لو تحرك جسم على مسار دائري بسرعة غير ثابتة بالقيمة لكان له تسارعين: الأول يوازي السرعة ويغير قيمتها فقط نسميه **تسارع مماسي** *(tangential acceleration)* ويعطى بـــ $a_t=dv/dt$، والآخر عمودي على السرعة لكن يغير اتجاهها ونسميه **تسارع مركزي** *(central acceleration)* وقيمته $a_c = v^2/r$، كما في الشكل (3-9). وبما أن هذين التسارعين متعامدين لذا يكون **التسارع الكلي** للجسم معطى بالعلاقة:



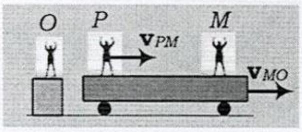
الشكل (3-9)

$$\boxed{\mathbf{a}_T = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_c} \qquad (19\text{-}3)$$

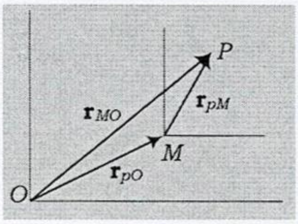
وقيمته:

$$\boxed{a_T = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}} \qquad (20\text{-}3)$$

5-3 السرعة النسبية *(Relative Velocity)*



الشكل(3-10)



الشكل(3-11)

لنفترض أنك تجلس في قطار يسير بسرعة ثابتة 5 m/s وأن هناك شخص يتحرك داخل القطار بسرعة 3 m/s بالنسبة لك، كما في الشكل (3-10). عندئذ نتساءل ماسرعة هذا الشخص بالنسبة لمودع يقف على رصيف المحطة؟ من الواضح أنه إذا كان الشخص يسير بنفس اتجاه سرعة القطار لكانت سرعته بالنسبة للمودع (الأرض) هي 5+3=8 m/s، أما لو كان يسير بعكس اتجاه القطار لأصبحت سرعته بالنسبة للأرض 5+(−3)=2 m/s. فسرعة جسم تعتمد على حالة المراقب الذي يحددها.

ويمكن معرفة سرعة جسم P بالنسبة لمراقب M يتحرك بدوره بسرعة ثابتة أو ساكن تماما بالنسبة لمناط إسناد ساكن O، كما في الشكل (3-11)، فنكتب:

$$\mathbf{r}_{PO} = \mathbf{r}_{PM} + \mathbf{r}_{MO} \qquad (21\text{-}3)$$

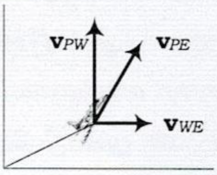
حيث $\mathbf{r}_{PO}$ متجه موضع P بالنسبة لـــ O و$\mathbf{r}_{MO}$ متجه موضع M بالنسبة لـــ O و$\mathbf{r}_{PM}$ متجه موضع P بالنسبة لـــ M. وباشتقاق العلاقة السابقة بالنسبة للزمن نجد:

$$\boxed{\mathbf{v}_{PO} = \mathbf{v}_{PM} + \mathbf{v}_{MO}} \qquad (22\text{-}3)$$

حيث $\mathbf{v}_{PO}$ و $\mathbf{v}_{MO}$ سرعة P و M بالنسبة لـــ O و $\mathbf{v}_{PM}$ سرعة P بالنسبة لـــ M .

مثل 3-6

تطير طائرة بسرعة 200 km/h نحو الشمال عندما تهب رياح قوية سرعتها باتجاه الشرق. ماذا تصير سرعة الطائرة بالنسبة للأرض؟



الشكل (3-12)

الحل: نلاحظ من الشكل (3-12) أن سرعة الطائرة بالنسبة للريح هي $\mathbf{v}_{PW}$=200 **j** (km/h)، كما أن سرعة الريح بالنسبة للأرض $\mathbf{v}_{WE}$=100 **i** (km/h)، حيث افترضنا محور السينات للشرق والصادات للشمال.

ولذلك تصير سرعة الطائرة بالنسبة للأرض هي:

$$\mathbf{v}_{PE} = \mathbf{v}_{PW} + \mathbf{v}_{WE} = 100\mathbf{i} + 200\mathbf{j} \text{ km/h}$$

فقيمة سرعة الطائرة هي

$$v_{PE} = \sqrt{(100)^2 + (200)^2} = 223 \text{ km/h}$$

وبزاوية

$$\tan\theta = \frac{200}{100} \Rightarrow \theta = 63°$$

من علماء الإسلام

أبو علي الحسين بن عبدالله بن سينا (ولد في أفشنة، قرب بخارى سنة 980 م وتوفي سنة 1036 م). أتم حفظ القرآن في سن العاشرة ودرس كثيرا من كتب الأدب. كان أبوه بقالا، إلا أنه كان عليما بالحساب فأرسله إلى رجل يعلمه الحساب ودرس العلوم العقلية والشرعية، وأنهى تحصيل جميع العلوم المعروفة في عصره وهو في سن السادسة عشرة وأصبح حجة في الطب والفلك والرياضة والفلسفة، ولم يبلغ العشرين عاما. ثم درس ابن سينا الفقه وطرق البحث والمناظرة، وظل يتنقل بين قصور الأمراء يشتغل بالتعليم والسياسة وتدبير شؤون الدولة، حتى تجاوزت مصنفاته المائتين، بين كتب ورسائل تدل على سعة ثقافته وبراعته في العلوم الفلسفية وغيرها، منها **(الشفاء)** و **(النجاة)** وهو مختصر للشفاء والإشارات والتنبيهات. ظل ابن سينا عمدة الأطباء طيلة العصور الوسطى ، كما ظل أعظم عالم بالطب منذ 1100- 1500 م.


ابن سينا

ملخص الفصل

معادلات حركة المقذوفات
$$\left.\begin{aligned} a_y &= -g \quad , \quad a_x = 0 \\ v_x &= v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \\ v_y &= -gt + v_{oy} = -gt + v_0 \sin\theta_0 \\ x &= v_{0x}t + x_0 \\ y &= -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \end{aligned}\right\}$$

أعلى ارتفاع للقذيفة $y_{\max} = \dfrac{v_{0y}^2}{2g} + y_0 = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g} + y_0$

مدى القذيفة $R = \dfrac{2v_{0x}v_{0y}}{g} = \dfrac{2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g}$

معادلة المسار $y = -(\dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta_0})x^2 + (\tan\theta_0)x + y_0$

التسارع المركزي $a = v^2 / r$

دور وتردد الحركة الدائرية المنتظمة $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{2\pi r}{v}$

السرعة الزاوية $\omega = \Delta\theta / \Delta t$

العلاقة بين السرعة الخطية والزاوية $v = r\omega$

السرعة النسبية $\mathbf{v}_{PO} = \mathbf{v}_{PM} + \mathbf{v}_{MO}$

تمارين ومسائل

الحركة في مستو

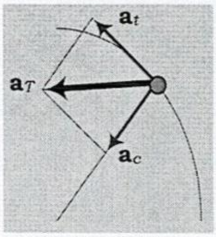
1-3 تدور سيارة على منعطف زاوية $90°$ بسرعة ثابتة $25\ \text{m/s}$ خلال $6\ \text{s}$. ماتسارعها المتوسط خلال هذه الفترة؟

2-3 يتحرك جسم في مستو بتسارع $\mathbf{a} = \mathbf{i} - 4\mathbf{j}\ \text{m/s}^2$ مارا من الموضع $\mathbf{r}_0=0$ في اللحظة $t=0$ بسرعة $3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}\ \text{m/s}$. ماسرعة الجسم والمسافة التي يقطعها على محور السينات بعد $2\ \text{s}$؟

3-3 يعطى متجه موضع جسم بالعلاقة $\mathbf{r} = (6 + 2t^2)\mathbf{i} + (3 - 2t + 3t^2)\mathbf{j}$ حيث تقدر r بالمتر و t بالثانية. ماسرعة وتسارع الجسم اللحظيين عندما $t=2\ \text{s}$؟

4-3 يتغير بعد سيارة تسير في مستو عن المبدأ وفق العلاقة $\mathbf{r} = (2t^3 - 3t^2)\mathbf{i} + (t^2 - 2t + 1)\mathbf{j}$، حيث تقدر r بالمتر و t بالثانية. (أ) ماموضع السيارة في اللحظة $t=1\ \text{s}$؟ (ب) ماقيمة سرعة وتسارع السيارة في اللحظة $t=0$؟

ويجدر التنويه إلى أنه لو تحرك جسم على مسار دائري بسرعة غير ثابتة بالقيمة لكان له تسارعين: الأول يوازي السرعة ويغير قيمتها فقط نسميه **تسارع مماسي** *(tangential acceleration)* ويعطى بـــ $a_t = dv/dt$، والآخر عمودي على السرعة لكن يغير اتجاهها ونسميه **تسارع مركزي** *(central acceleration)* وقيمته $a_c = v^2/r$ ، كما في الشكل (3-9).



الشكل (3-9)

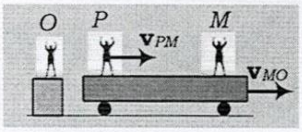
وبما أن هذين التسارعين متعامدين لذا يكون **التسارع الكلي** للجسم معطى بالعلاقة:

$$\boxed{\mathbf{a}_T = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_c} \qquad (19\text{-}3)$$

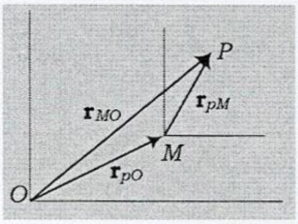
وقيمته:

$$\boxed{a_T = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}} \qquad (20\text{-}3)$$

5-3 السرعة النسبية *(Relative Velocity)*



الشكل(3-10)



الشكل(3-11)

لنفترض أنك تجلس في قطار يسير بسرعة ثابتة 5 m/s وأن هناك شخص يتحرك داخل القطار بسرعة 3 m/s بالنسبة لك، كما في الشكل (3-10). عندئذ نتساءل ماسرعة هذا الشخص بالنسبة لمودع يقف على رصيف المحطة؟ من الواضح أنه إذا كان الشخص يسير بنفس اتجاه سرعة القطار لكانت سرعته بالنسبة للمودع (الأرض) هي 5+3=8 m/s، أما لو كان يسير بعكس اتجاه القطار لأصبحت سرعته بالنسبة للأرض 5+(−3)=2 m/s. فسرعة جسم تعتمد على حالة المراقب الذي يحددها.

ويمكن معرفة سرعة جسم P بالنسبة لمراقب M يتحرك بدوره بسرعة ثابتة أو ساكن تماما بالنسبة لمناط إسناد ساكن O، كما في الشكل (3-11)، فنكتب:

$$\mathbf{r}_{PO} = \mathbf{r}_{PM} + \mathbf{r}_{MO} \qquad (21\text{-}3)$$

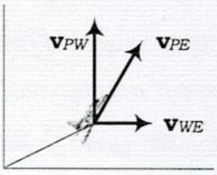
حيث $\mathbf{r}_{PO}$ متجه موضع P بالنسبة لــ O و$\mathbf{r}_{MO}$ متجه موضع M بالنسبة لــ O و$\mathbf{r}_{PM}$ متجه موضع P بالنسبة لــ M. وباشتقاق العلاقة السابقة بالنسبة للزمن نجد:

$$\boxed{\mathbf{v}_{PO} = \mathbf{v}_{PM} + \mathbf{v}_{MO}} \qquad (22\text{-}3)$$

حيث $\mathbf{v}_{PO}$ و $\mathbf{v}_{MO}$ سرعة P و M بالنسبة لــ O و $\mathbf{v}_{PM}$ سرعة P بالنسبة لــ M .

مثل 3-6

تطير طائرة بسرعة 200 km/h نحو الشمال عندما تهب رياح قوية سرعتها باتجاه الشرق. ماذا تصير سرعة الطائرة بالنسبة للأرض؟



الشكل (3-12)

الحل: نلاحظ من الشكل (3-12) أن سرعة الطائرة بالنسبة للريح هي $\mathbf{v}_{PW}=200\,\mathbf{j}$ (km/h)، كما أن سرعة الريح بالنسبة للأرض $\mathbf{v}_{WE}=100\,\mathbf{i}$ (km/h)، حيث افترضنا محور السينات للشرق والصادات للشمال. ولذلك تصير سرعة الطائرة بالنسبة للأرض هي:

$$\mathbf{v}_{PE}=\mathbf{v}_{PW}+\mathbf{v}_{WE}=100\mathbf{i}+200\mathbf{j}\ \text{km/h}$$

فقيمة سرعة الطائرة هي

$$v_{PE}=\sqrt{(100)^2+(200)^2}=223\ \text{km/h}$$

وبزاوية

$$\tan\theta=\frac{200}{100}\ \Rightarrow\ \theta=63^\circ$$

من علماء الإسلام

أبو علي الحسين بن عبدالله بن سينا (ولد في أفشنة، قرب بخارى سنة 980 م وتوفي سنة 1036 م). أتم حفظ القرآن في سن العاشرة ودرس كثيرا من كتب الأدب. كان أبوه بقالا، إلا أنه كان عليما بالحساب فأرسله إلى رجل يعلمه الحساب ودرس العلوم العقلية والشرعية، وأنهى تحصيل جميع العلوم المعروفة في عصره وهو في سن السادسة عشرة وأصبح حجة في الطب والفلك والرياضة والفلسفة، ولم يبلغ العشرين عاما. ثم درس ابن سينا الفقه وطرق البحث والمناظرة، وظل يتنقل بين قصور الأمراء يشتغل بالتعليم والسياسة وتدبير شؤون الدولة، حتى تجاوزت مصنفاته المائتين، بين كتب ورسائل تدل على سعة ثقافته وبراعته في العلوم الفلسفية وغيرها، منها **(الشفاء)** و **(النجاة)** وهو مختصر للشفاء والإشارات والتنبيهات. ظل ابن سينا عمدة الأطباء طيلة العصور الوسطى ، كما ظل أعظم عالم بالطب منذ 1100- 1500 م.

ابن سينا

ملخص الفصل

معادلات حركة المقذوفات	$a_y=-g \quad , \quad a_x=0$ $v_x=v_{0x}=v_0\cos\theta_0$ $v_y=-gt+v_{oy}=-gt+v_0\sin\theta_0$ $x=v_{0x}t+x_0$ $y=-\frac{1}{2}gt^2+v_{0y}t+y_0$
أعلى ارتفاع للقذيفة	$y_{\max}=\dfrac{v_{0y}^2}{2g}+y_0=\dfrac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g}+y_0$
مدى القذيفة	$R=\dfrac{2v_{0x}v_{0y}}{g}=\dfrac{2v_0^2\sin\theta_0\cos\theta_0}{g}$
معادلة المسار	$y=-(\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0})x^2+(\tan\theta_0)x+y_0$
التسارع المركزي	$a=v^2/r$
دور وتردد الحركة الدائرية المنتظمة	$T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{2\pi r}{v}$
السرعة الزاوية	$\omega=\Delta\theta/\Delta t$
العلاقة بين السرعة الخطية والزاوية	$v=r\omega$
السرعة النسبية	$\mathbf{v}_{PO}=\mathbf{v}_{PM}+\mathbf{v}_{MO}$

تمارين ومسائل

الحركة في مستو

1-3 تدور سيارة على منعطف زاوية $90°$ بسرعة ثابتة $25\ m/s$ خلال $6\ s$. ماتسارعها المتوسط خلال هذه الفترة؟

2-3 يتحرك جسم في مستو بتسارع $\mathbf{a}=\mathbf{i}-4\mathbf{j}\ m/s^2$ مارا من الموضع $\mathbf{r}_0=0$ في اللحظة $t=0$ بسرعة $3\mathbf{i}+2\mathbf{j}\ m/s$. ماسرعة الجسم والمسافة التي يقطعها على محور السينات بعد $2\ s$؟

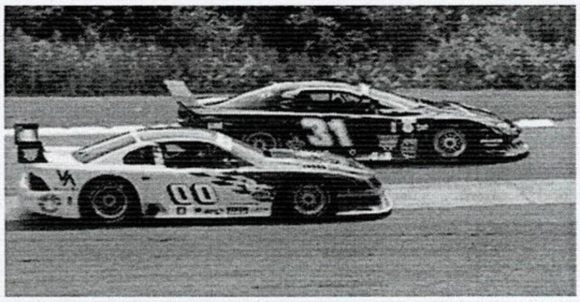
3-3 يعطى متجه موضع جسم بالعلاقة $\mathbf{r}=(6+2t^2)\mathbf{i}+(3-2t+3t^2)\mathbf{j}$ حيث تقدر r بالمتر وt بالثانية. ماسرعة وتسارع الجسم اللحظيين عندما $t=2\ s$؟

4-3 يتغير بعد سيارة تسير في مستو عن المبدأ وفق العلاقة $\mathbf{r}=(2t^3-3t^2)\mathbf{i}+(t^2-2t+1)\mathbf{j}$، حيث تقدر r بالمتر وt بالثانية. (أ) ماموضع السيارة في اللحظة $t=1\ s$؟ (ب) ماقيمة سرعة وتسارع السيارة في اللحظة $t=0$؟

الفصل الرابع

تحريك الأجسام

(Dynamics)



1-4 تمهيد

درسنا حتى الآن كيف تتحرك الأجسام بتحديد موضعها وسرعتها وتسارعها في كل لحظة من الزمن، واستخلصنا العلاقات الرابطة بين متغيرات الحركة دون التطرق للسبب الذي يجعل الأجسام تتحرك بهذا الشكل أو ذاك. وقد درس يوهان كبلر (*Johannes Kepler* 1571-1630) حركة الكواكب في المجموعة الشمسية فترة طويلة وتابع حركة كل منها مع مرور الزمن، وتوصل إلى أن كل منها يسير في مسار محدد حول الشمس على شكل قطع ناقص تقع الشمس عند أحد محرقيه (بؤرتيه) وماسحا خلال دورانه مساحات متساوية في أزمنة متساوية، وغير ذلك من القوانين التي تسمى قوانين كبلر. وكذلك فإن جاليليو جاليلي درس السقوط الحر للأجسام ووجد أن لها تسارعا ثابتا قرب سطح الأرض وأنها تتحرك شاقوليا للأسفل دوما. لكن كبلر وجاليلي لم يعطيا السبب الذي يجعل الأجسام تتحرك بهذا الشكل أو ذاك. ويسمى هذا في الميكانيك **علم الحركة** *(kinematics)*.

لكن دراسة سبب حركة الأجسام بدأ بقوانين التحريك (أو مايسمى أحيانا قوانين نيوتن) التي تجيب على السؤال المهم وهو لماذا تتحرك الأجسام أصلا وما الذي يحدد نوع الحركة وشكل المسار وغيرها. لذا ندرس في هذا الفصل **متغيرات التحريك** وأهمها **القوة** و**العطالة** (أو **القصور الذاتي**)، ونربطهما بمتغير الحركة الأساس وهو **التسارع**، من خلال **قوانين التحريك** *(dynamics)*. ثم ندرس أهم القوى التي تؤثر عادة على الأجسام وكيف نحددها في كل مسألة. وننتقل بعد ذلك

لدراسة بعض تطبيقات قوانين التحريك كاتزان الأجسام، وحركات المصاعد والوزن الظاهري، وانزلاق جسم على مستو مائل، وحركة منظومة جسيمات مرتبطة ببعضها، والقوى المركزية ومصادرها. ثم ننهي الفصل بدراسة قوة الجاذبية وتغيرها مع المسافة لأهميتها.

2-4 الكتلة *(mass)*

عندما نتكلم عن أجسام مادية فإننا نصفها بخواص معينة، فنقول إن الجسم صغير أو كبير، مشحون أو غير مشحون، ممغنط أو غير ممغنط، وغير ذلك. وتتميز كل خاصة من هذه الخواص بالتأثير الناتج عنها على الأجسام الأخرى. وسنعرف في هذه الفقرة خاصية الكتلة حيث اعتاد البعض تعريفها **بمقدار مايحويه الجسم من مادة.** إلا أن هذا التعريف لايفسر مانعنيه بكلمة كتلة إذ أن المادة المحتواة في جسم مؤلفة من كتلة، أي أننا نعرف الكتلة بالكتلة! لذا نلجأ لتعريف الكتلة بطريقة مختلفة. فإذا طلبنا من شخص أن يتأكد فيما إذا كان لجسم ما كتلة فإنه يقوم بوزنه لكن وزن الجسم لايظهر لولا وجود الأرض (كتلة أخرى) تجذبه للأسفل فيظهر تأثيرها عليه بما نسميه قوة الثقل أو الوزن. فلمعرفة فيما إذا كان لجسم كتلة احتجنا لكتلة أخرى لتحسس التأثير المتبادل بينهما، ولو اختفت كتلة واحد منهما لاختفى هذا التأثير مباشرة. لذا نعطي للكتلة **تعريفا تأثيريا** *(operational definition)* فنقول إن للجسم كتلة إذا استطاع أن يؤثر على غيره من الكتل بقوة التجاذب الكتلي. والتعريف السابق ينطبق على أي خاصة طبيعية أودعها الله عز وجل في المواد، كالكتلة والشحنة والفتل والخواص الأخرى التي توصف بها الأجسام الأولية. فإن كان لجسم خاصة ما عندئذ يؤثر على أجسام تحوي تلك الخاصة فقط. فالكتل تؤثر على بعضها بقوة الجاذبية، والشحنات تؤثر على بعضها بقوة كولوم الكهربائية، وهكذا. لكن خاصية الكتلة لاعلاقة لها بخاصية الشحنة بمعنى أن جسما مشحونا لايؤثر على آخر غير مشحون بقوة تجاذب أو تنافر كهربائي، كما أن جسما له كتلة لايؤثر بقوة تجاذب كتلي على آخر عديم الكتلة.

وتكون كتلة جسم كبيرة بالمقارنة مع غيره من الأجسام إذا كان تأثيره عليها أوضح من تأثره بها، أي إذا كان تسارعها نتيجة تأثرها به أكبر من تسارعه نتيجة تأثيرها عليه. ومن أفضل الأمثلة على ذلك قوة التجاذب بين الأرض وكرة تطير في الهواء إذ أن لكل واحدة منهما كتلة وتؤثر على الأخرى بقوة الجاذبية لكن الكرة تكتسب تسارعا أكبر لأن كتلتها أصغر بينما تبقى الأرض ساكنة تقريبا لأن كتلتها كبيرة جدا بالمقارنة مع الكرة. أما لو تابعنا حركة الأرض بالنسبة للشمس لوجدنا أن الأرض هي التي تتحرك في هذه الحالة لأن الشمس أكبر منها بكثير.

وتقدر الكتلة في النظام الدولي للوحدات بالكيلوغرام kg، كما نعلم.

3-4 القوة *(force)*

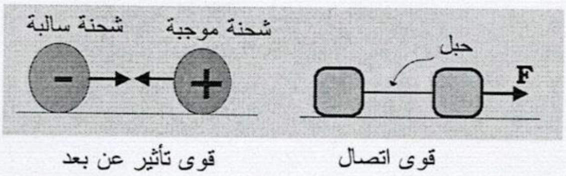
إن تعريف القوة ليس صعبا للغاية، فشد صندوق بواسطة حبل، أو دفع سيارة معطلة، أو رفع أثقال، ماهي إلا أمثلة على بعض القوى التي نطبقها أو نشعر بها يوميا. ونلاحظ أن كل قوة من هذه القوى تحرك الجسم الذي تؤثر عليه إن كان ساكنا، أو تغير سرعته إن كان متحركا. **فالقوة هي مؤثر يغير الحالة التحركية** للجسم وينتج عنها تسارع يغير قيمة و/أو اتجاه سرعة الجسم.

ويرمز للقوة عادة بـــ **F** وتقدر وحدتها في النظام الدولي **بالنيوتن** N، وهي مشتقة من الوحدات الأساس بحيث أن:

$$1\ N = 1\ kg.m/s^2$$

ويمكن "تحسس" قيمة النيوتن لو حملنا بيدنا 100 غرام عندئذ يكون الثقل الذي نشعر به مساويا لواحد نيوتن تقريبا. فوحدة النيوتن ليست كبيرة بالمقارنة مع الأثقال التي نتعامل معها يوميا.

وتتميز بعض القوى أنه يمكن تطبيقها مباشرة على الأجسام الخاضعة لها، كأن نشد جسما موضوعا على الأرض بحبل، أو نضغط زنبركا مثبتا بالحائط. وتسمى هذه القوى **قوى اتصال** *(contact force)*، أي أن هناك تلامس مباشر بين مصدر القوة والجسم الخاضع لها. لكن هناك قوى تؤثر عن بعد كقوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على الأجسام القريبة منها، أو قوى التجاذب والتنافر الكهربائي بين الأجسام المشحونة، حيث لايوجد تماس مباشر بين مصدر القوة والجسم الخاضع لها، لذا تسمى هذه القوى **قوى تأثير عن بعد** *(action at a distance)*. ولايوجد فرق بين هذين النوعين من القوى لأنه لو تمعنا بماهية قوى الاتصال لتبين لنا أنها قوى تأثير عن بعد بين الذرات والجزيئات المكونة لمادة الاتصال. انظر الشكل (4-1).



الشكل (4-1)

4-4 قانون نيوتن الأول *(Newton's First Law)*

من المعروف أنه إذا دفع جسم على الأرض فإنه ينزلق عليها مسافة معينة ثم يتباطأ إلى أن يقف. وقد اعتقد القدماء أن سبب ذلك يعود إلى أن طبيعة المادة هي السكون، بمعنى أن حركة أي شي تؤول للسكون. إلا أن التجارب العلمية أظهرت أن ذلك يعود لوجود قوى مقاومة لحركة الجسم المنزلق تعمل على إبطائه حتى يقف، ولو لم تكن موجودة لتابع سيره باستمرار. يطلق على

ماتقدم اسم **قانون نيوتن الأول** الذي نصيغه بالشكل: **يبقى أي جسم على حالته التحركية من سكون أو سرعة ثابتة (قيمة واتجاها) مالم تؤثر عليه محصلة قوى خارجية غير معدومة** ونكتب هذا القانون بالشكل:

$$\boxed{\mathbf{F}_T = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{v} = \text{constant} \;\Rightarrow\; \mathbf{a} = 0} \qquad (1\text{-}4)$$

حيث $\mathbf{F}_T$ محصلة القوى المؤثرة على الجسم و$\mathbf{v}$ و $\mathbf{a}$ متجهي سرعته وتسارعه، على الترتيب. ونلاحظ من العلاقة السابقة أن كون التسارع مساويا للصفر يعني أن سرعة الجسم ستبقى ثابتة وهذا يسمى **اتزانا** *(equilibrium)*. فإن كانت سرعته مساوية للصفر، أي كان ساكنا ومحصلة القوى عليه تساوي الصفر، فسيبقى كذلك ونقول إنه **متزن سكونيا** *(static equilibrium)*. أما إن كان الجسم يتحرك بسرعة ما ومحصلة القوى عليه معدومة فسيبقى متحركا بنفس السرعة ونفس الاتجاه ونقول إنه في حالة **اتزان حركي** *(static equilibrium)*. ولذلك نطلق على التسارع (أي تغير السرعة) اسم **دليل التحريك** بينما نسمي القوة **سبب التحريك**.

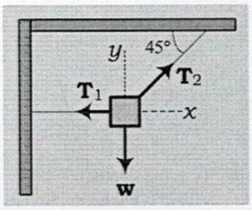
ونستنتج عندئذ من قانون نيوتن الأول أنه **إذا لم يكن هناك سبب للتحريك ($\mathbf{F}_T$=0) فسيختفي دليله ($\mathbf{a}$=0)**. ولابأس من التنويه إلى أن العلاقة (4-1) ليست قانونا يربط بين متغيرات مختلفة بل هي تعريف للقوة كمسبب لتحريك الجسم. ويستفاد من قانون نيوتن الأول لدراسة الاتزان السكوني للأجسام، كما في المثل التالي.

مثل 4-1

يتزن جسم تحت تأثير القوى الثلاث الموضحة بالشكل (4-2). ماقيمة كل شد إذا كان w=50 N؟

الحل: بما أن الجسم متزن نكتب محصلة القوى تساوي الصفر:

$$\mathbf{w} + \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 = 0$$



الشكل (4-2)

وبأخذ مركبات هذه العلاقة على المحورين ox وoy الموضحين في الشكل(4-2) نجد:

$$T_1 \cos 45° = T_2$$

و $$T_1 \sin 45° = w$$

ومنه: $$T_1 = 71 \text{ N}$$

و $$T_2 = 50 \text{ N}$$

5-4 قانون نيوتن الثاني *(Newton's second Law)*

نعالج في هذه الفقرة الحالة الأساس في الميكانيك عندما تكون محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ما (أي سبب التحريك) لاتساوي الصفر. حيث نلاحظ من قانون نيوتن الأول أنه عندما تكون $\mathbf{F}_T \neq 0$ فإن $\mathbf{a}_T \neq 0$ أيضا. فهناك ارتباط بين وجود الأول ووجود الثاني. ويمكن التحقق من نوع التناسب بينهما بدفع جسم بقوة ما على سطح ناعم جدا كالجليد، بحيث يمكن إهمال الاحتكاك بينهما، فنجد أنه يكتسب تسارعا معينا ولو ضاعفنا القوة لتضاعف التسارع مباشرة. أي أن **التسارع يتناسب طردا مع القوة المؤثرة**. من جهة أخرى، لو أبقينا القوة التي ندفع بها الجسم ثابتة وضاعفنا كتلته لوجدنا أن التسارع يتناقص إلى النصف. أي أن **التسارع يتناسب عكسا مع كتلة الجسم**. ونكتب هاتين النتيجتين بالشكل:

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m}} \qquad (2\text{-}4)$$

وتكتب العلاقة السابقة بالشكل الشائع:

$$\boxed{\mathbf{F}_T = m\mathbf{a}} \qquad (3\text{-}4)$$

ويطلق على أي من (2-4) أو (3-4) اسم قانون نيوتن الثاني الذي نصيغه على النحو: **يتناسب تسارع جسم طرديا مع محصلة القوى المؤثرة عليه وعكسيا مع كتلته**. وبالحقيقة فإن (2-4) ليست قانونا بالمعنى الحرفي بل هي **تعريف تحريكي للكتلة** *(dynamic definition)*، حيث نلاحظ أنه إذا أثرنا على جسمين ساكنين بقوة واحدة فإن تحريك الجسم الأكبر أصعب من تحريك الجسم الآخر. وكذلك، إذا كان الجسمان يتحركان بنفس السرعة وحاولنا إيقافهما بالتأثير عليهما بنفس القوة للاحظنا أن الأكبر يمانع ذلك أكثر من الجسم الأصغر. أي أنه كلما زادت كتلة الجسم كلما أصبح من الصعب أن نغير حالته التحركية سواء كانت سكونا أم حركة. فالكتلة تمثل ممانعة *(inertia)* ونقول إن **الكتلة هي مقدار ممانعة الجسم لأي تغيير في حالته التحريكية الانتقالية**. ونستفيد من تعريف الكتلة بهذا الشكل التحريكي لصياغة قانون التحريك الأساس للأجسام (العلاقة (2-4)) بالشكل: **يتناسب دليل تحريك الأجسام طردا مع سببه وعكسا مع ممانعته**. وسنرى لاحقا كيف نستفيد من هذا التعريف العام لكتابة تسارع أي منظومة مباشرة مهما كان نوع الحركة.

5-4 قانون نيوتن الثاني *(Newton's second Law)*

نعالج في هذه الفقرة الحالة الأساس في الميكانيك عندما تكون محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ما (أي سبب التحريك) لاتساوي الصفر. حيث نلاحظ من قانون نيوتن الأول أنه عندما تكون $\mathbf{F}_T \neq 0$ فإن $\mathbf{a}_T \neq 0$ أيضا. فهناك ارتباط بين وجود الأول ووجود الثاني. ويمكن التحقق من نوع التناسب بينهما بدفع جسم بقوة ما على سطح ناعم جدا كالجليد، بحيث يمكن إهمال الاحتكاك بينهما، فنجد أنه يكتسب تسارعا معينا ولو ضاعفنا القوة لتضاعف التسارع مباشرة. أي أن **التسارع يتناسب طردا مع القوة المؤثرة**. من جهة أخرى، لو أبقينا القوة التي ندفع بها الجسم ثابتة وضاعفنا كتلته لوجدنا أن التسارع يتناقص إلى النصف. أي أن **التسارع يتناسب عكسا مع كتلة الجسم**. ونكتب هاتين النتيجتين بالشكل:

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m}} \qquad (2\text{-}4)$$

وتكتب العلاقة السابقة بالشكل الشائع:

$$\boxed{\mathbf{F}_T = m\mathbf{a}} \qquad (3\text{-}4)$$

ويطلق على أي من (4-2) أو (4-3) اسم قانون نيوتن الثاني الذي نصيغه على النحو: **يتناسب تسارع جسم طرديا مع محصلة القوى المؤثرة عليه وعكسيا مع كتلته**. وبالحقيقة فإن (4-2) ليست قانونا بالمعنى الحرفي بل هي **تعريف تحريكي للكتلة** *(dynamic definition)*، حيث نلاحظ أنه إذا أثرنا على جسمين ساكنين بقوة واحدة فإن تحريك الجسم الأكبر أصعب من تحريك الجسم الآخر. وكذلك، إذا كان الجسمان يتحركان بنفس السرعة وحاولنا إيقافهما بالتأثير عليهما بنفس القوة للاحظنا أن الأكبر يمانع ذلك أكثر من الجسم الأصغر. أي أنه كلما زادت كتلة الجسم كلما أصبح من الصعب أن نغير حالته التحركية سواء كانت سكونا أم حركة. فالكتلة تمثل ممانعة *(inertia)* ونقول إن **الكتلة هي مقدار ممانعة الجسم لأي تغيير في حالته التحركية الانتقالية**. ونستفيد من تعريف الكتلة بهذا الشكل التحريكي لصياغة قانون التحريك الأساس للأجسام (العلاقة (4-2)) بالشكل: **يتناسب دليل تحريك الأجسام طردا مع سببه وعكسا مع ممانعته**. وسنرى لاحقا كيف نستفيد من هذا التعريف العام لكتابة تسارع أي منظومة مباشرة مهما كان نوع الحركة.

مثل 4-2

يتحرك جسم كتلته 2 kg بدءا من السكون على خط مستقيم بتسارع ثابت فيقطع مسافة 8 m خلال ثانيتين، ثم يسير بسرعة ثابتة لمسافة 20 m أخرى. ما القوة المؤثرة عليه في كل مرحلة من مراحل الحركة؟

الحل: نحسب تسارع الجسم خلال المرحلة الأولى فنكتب:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \;\Rightarrow\; 8 = \tfrac{1}{2}a(2)^2$$

ومنه: $a = 4\ \mathrm{m/s^2}$

وبوضع: $F = ma$

نجد: $F = 8\ \mathrm{N}$

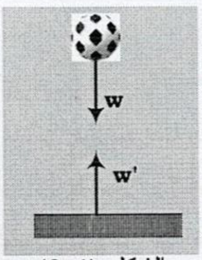
أما في المرحلة الثانية فإن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة لذلك تكون القوة المؤثرة عليه معدومة.

6-4 قانون نيوتن الثالث: الفعل ورد الفعل *(Action & Reaction)*

تحدث القوى بشكل مزدوج أو ثنائي دوما. فأي شخص حاول دفع سيارة معطلة لابد وأن شعر بدفع معاكس متناسب مع قوة دفعه لها. وإذا قمنا بشد حبل مربوط طرفه الآخر بجسم ما فإننا نعاني من شد معاكس ناتج عن ذلك الجسم. وتلخص هذه الملاحظات قانون نيوتن الثالث الذي نصيغه بالشكل: **إذا أثر جسم أول بقوة $\mathbf{F}_{12}$ على جسم ثاني فإن الجسم الثاني يؤثر على الأول بقوة $\mathbf{F}_{21}$ بحيث أن $\mathbf{F}_{12}=-\mathbf{F}_{21}$**، حيث يدل الرمز $\mathbf{F}_{nm}$ إلى القوة التي يؤثر بها الجسم n على m.

ويطلق على $\mathbf{F}_{12}$ و $\mathbf{F}_{21}$ اسم الفعل ورد الفعل، ولايهم أي منهما هي الفعل أو رد الفعل.

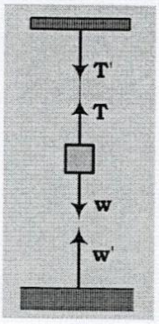
وكثيرا مايقرأ القانون الثالث بالشكل **لكل فعل رد فعل يساويه بالقيمة ويعاكسه بالاتجاه** لكن يجب الانتباه إلى أن هاتين القوتين لاتؤثران على نفس الجسم بل هما قوتان متبادلتان بين جسمين مختلفين دوما. وكمثل مباشر على ذلك نعتبر كرة تسقط سقوطا حرا في الهواء، كما في الشكل (4-3)، وبالتالي فهي تخضع لقوة جذب الأرض لها (الوزن)، كما أنها تجذب الأرض للأعلى بقوة مساوية ومعاكسة لوزنها (وزن الكرة). ونلاحظ أن هاتين القوتين لاتؤثران على نفس الجسم، فواحدة تؤثر على الكرة والثانية تؤثر على الأرض لكننا نلاحظ حركة الكرة فقط لأن ممانعتها (كتلتها) صغيرة جدا بالمقارنة مع ممانعة الأرض.



الشكل (4-3)

مثل 4-3

حدد قوى الفعل ورد الفعل المؤثرة على النظام المؤلف من كيس كتلته m معلق بسقف الغرفة بواسطة حبل، كما هو موضح بالشكل (4-4).



الشكل (4-4)

الحل: نلاحظ أن الجسم يخضع لجذب الأرض بقوة $\mathbf{w}$ نحو الأسفل لذا يجذبها نحو الأعلى بقوة $\mathbf{w}'$. كما أن السقف يشد الجسم للأعلى بقوة $\mathbf{T}$ فيشده الأخير بدوره بقوة $\mathbf{T}'$ للأسفل. وبحسب القانون الثالث يكون:

$$\mathbf{T} = -\mathbf{T}' \quad \text{و} \quad \mathbf{w} = -\mathbf{w}'$$

فالشد والوزن ليستا قوتي فعل ورد فعل، كما يعتقد البعض، بل قوتان مختلفتان تؤثران على الجسم، لكن إذا كان الجسم متزنا عندئذ تكون محصلة القوى المؤثرة عليه مساوية للصفر، أي أن $\mathbf{T} = -\mathbf{w}$. أما إذا كان الوزن أكبر من الشد فإن الحبل سينقطع ويسقط الكيس للأسفل، ولو كان الشد أكبر من الوزن عندئذ يتحرك الجسم للأعلى (كمصعد يرتفع).

لكل فعل رد فعل: من يدفع من في هذه الصورة؟

7-4 أمثلة على القوى وأنواعها

تمثل $\mathbf{F}_T$ في العلاقة (4-3) المجموع المتجه لكافة القوى المؤثرة على الجسم. ومن المصاعب التي يواجهها الطلبة عادة تحديد قيمة واتجاه كل قوة. لذا سنعرف في هذه الفقرة أهم القوى التي نصادفها في المسائل المطروحة عند هذا المستوى في الميكانيك.

1- الوزن $\mathbf{w}$ *(weight)*

إذا تركنا جسما يسقط سقوطا حرا في الفضاء فإنه يكتسب تسارع الجاذبية الأرضية $\mathbf{g}$ وتكون القوة المؤثرة عليه هي:

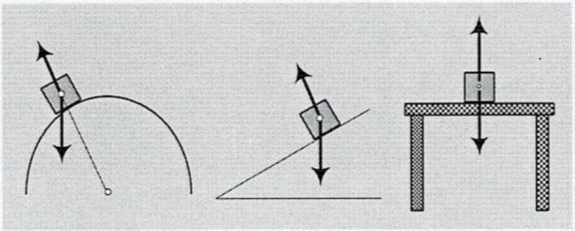
$$\boxed{\mathbf{F} = \mathbf{w} = m\mathbf{g}} \qquad (4\text{-}4)$$

حيث يسمى $\mathbf{w}$ وزن الجسم ويتجه دوما نحو الأسفل (مركز الجذب).

ونلاحظ أن وزن جسم يعتمد على كتلته وتسارع الجاذبية في المكان الذي يوجد به. وبالطبع فإن كتلة الجسم لاتتغير (طالما كانت سرعته صغيرة بالمقارنة مع سرعة الضوء) بينما يمكن أن يختلف تسارع الجاذبية من موضع لآخر. ولهذا إذا انتقل جسم من منطقة لأخرى تبقى كتلته ثابتة لكن وزنه يمكن أن يتغير.

2- رد فعل السطح N *(surface reaction or normal force)*

إذا وضعنا جسما على طاولة أفقية، كما في الشكل (4-5أ)، فإننا نلاحظ أنه يبقى ساكنا إذا لم نحاول تحريكه على الرغم من وجود وزن له يحاول سحبه للأسفل، ولو اختفت الطاولة من تحت الجسم لسقط مباشرة تحت تأثير وزنه. نستنتج إذا أن وجود سطح الطاولة يؤدي لوجود قوة معينة على الجسم نطلق عليها اسم **رد فعل السطح** ونرمز لها بـــ **N**. وقد يعتقد البعض أن رد الفعل يعاكس الوزن دوما وهذا غير صحيح، إذ لو وضعنا الجسم على سطح مائل بزاوية كبيرة بعض الشئ، كما في الشكل (4-5ب)، لوجدنا أن الجسم ينزلق على السطح مما يعني أن القوة الكلية عليه لاتساوي الصفر. أي أن اتجاه رد الفعل لايعاكس الوزن في هذه الحالة. وبالفعل فإن **رد فعل السطح يتجه دوما عموديا على السطح وبعيدا عنه**. فإذا تحرك الجسم على سطح كرة مثلا فإن رد الفعل يتجه عموديا عليها عند كل نقطة من سطحها، كما في الشكل (4-5ج).



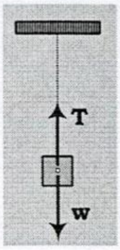
(ج) (ب) (أ)

الشكل (4-5)

وبحسب تعريفه، فإن رد فعل سطح على جسم يضغط عليه يختفي في اللحظة التي ينتهي التماس بينهما، كأن يرتفع الجسم للأعلى مثلا، أو يختفي ضغط الجسم على السطح كصورة معلقة على حائط إذ لاتضغط عليه وبالتالي لاتعاني من قوة رد فعل منه.

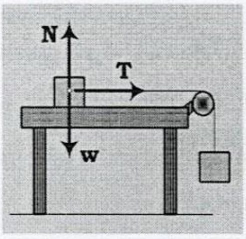
إلى أين يتجه رد فعل الأرض؟

3- الشد T *(Tension)*



الشكل(4-6)

إذا علقنا جسما بطرف حبل مثبت طرفه الآخر بسقف المختبر، كما في الشكل-(6-4) لوجدنا أنه يبقى ساكنا ممايعني أن هناك قوة تساوي وتعاكس الوزن نتيجة ارتباط الجسم بالسقف بواسطة الحبل، ونقول إن السقف يؤثر على الحبل بقوة نرمز لها بـــ **T**. ولاشك بأن السقف ماكان ليشد الجسم لولا وجود الحبل الواصل بينهما، ولذلك نستنتج أن كل جسم مربوط بحبل يخضع لقوة شد على امتداد الحبل. لكن يجب أن نتذكر أن هذا لايتحقق إلا إذا كان الطرف الآخر للحبل متصل بمؤثر ما، كالسقف في هذا المثل، وإلا فإن ربط سيارة معطلة بحبل وتركه ملقى على الأرض لن يفيد كثيرا في شدها لمحطة لإصلاحها.

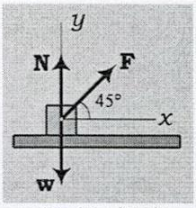


الشكل (4-7)

وكما أن رد فعل السطح **N** لايساوي أو يعاكس الوزن دوما، فإن الشد **T** لايساوي أو يعاكس الوزن بالضرورة. وبالفعل فإننا نرى في الشكل (4-7) أن الجسم يخضع لقوتي الوزن **w** ورد فعل السطح **N** المتساويتين والمتعاكستين في هذه الحالة، إلا أن الشد **T** يؤثر عليه بقوة أفقية تزلقه على السطح إن لم تمنعه قوى الاحتكاك من ذلك، كما سنرى في الفقرة التالية.

مثل 4-4

يشد طالب جسما كتلته 10 kg على طاولة أفقية ملساء بقوة تميل بزاوية 45°، كما في الشكل (4-7). ماقيمة F ورد فعل السطح إذا تسارع الجسم بمعدل $2\ m/s^2$؟



الشكل (4-7)

الحل: من الواضح أن الجسم خاضع لثلاث قوى هي الوزن ورد فعل السطح وF. لذا نكتب من قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{F} + \mathbf{N} + \mathbf{w} = m\mathbf{a}$$

وباختيار المحورين ox و oy، كما في الشكل (4-7)، وأخذ مركبات العلاقة السابقة على كل واحد منهما نجد:

$$0 + 0 + F\cos 45° = ma$$

و

$$N - w + F\sin 45° = 0$$

حيث نلاحظ أن تسارع الجسم على المحور oy يساوي الصفر لأنه لايتحرك في ذلك الاتجاه.

وبحل المعادلتين السابقتين بالنسبة لـــ F و N نجد:

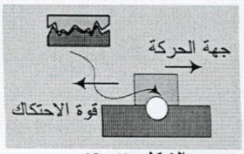
$$N = 78\ \text{N} \quad و \quad F = 28.3\ \text{N}$$

ومن المفيد هنا التأكيد على أنه كان بالإمكان كتابة التسارع مباشرة من مفهوم تناسب دليل التحريك طردا مع سببه وعكسا مع ممانعته، حيث نلاحظ أن سبب التحريك في هذا المثل هو مركبة القوة الأفقية على محور السينات أي $F\cos45°$، أما ممانعته فهي كتلة النظام، أي m. ومن ثم نكتب:

$$a = \frac{F\cos 45°}{m} \Rightarrow F = \frac{ma}{\cos 45°} = 28.3\ \text{N}$$

4- قوة الاحتكاك *(Friction)*

عندما يتحرك جسم أو يحاول الحركة على سطح خشن أو في وسط لزج فإنه يخضع لقوة معاكسة لحركته، تسمى قوة الاحتكاك ناتجة عن التأثير المتبادل بين ذرات الجسم وذرات السطح الملامس له. وتكون **قوة الاحتكاك موازية للسطح بعكس اتجاه الحركة أو الاتجاه الذي يحاول الجسم التحرك نحوه دوما**، كما في الشكل (4-8).



الشكل (4-8)

ومن الواضح أن معرفة تفاصيل قوة الاحتكاك ليس سهلا، كما أن طبيعتها تعتمد على عوامل كثيرة كدرجة الحرارة بين الجسمين المتلامسين والرطوبة وغيرها، لكنها تنتج أساسا من القوى الذرية والجزيئية المتبادلة بين ذرات الجسم والسطح، ولذا فهي تعتمد على نوع وطبيعة كل منهما. وتعطي نتائج التجارب العملية قوانين الاحتكاك التالية:

أ- **قوة الاحتكاك السكوني** *(static friction)*: إذا حاول جسم الحركة على سطح خشن لكنه بقي ساكنا نقول إنه خاضع لقوة احتكاك سكوني بعكس الاتجاه الذي يحاول أن يتحرك نحوه، وتعطى قيمتها بالمتراجحة:

$$\boxed{0 \le F_s \le \mu_s N} \qquad (5\text{-}4)$$

فتتراوح قيمة قوة الاحتكاك السكوني بين الصفر عندما **لايحاول** الجسم الحركة بتاتا على السطح، وتصل لقيمة عظمى

$$\boxed{(F_s)_{\max} = \mu_s N} \qquad (6\text{-}4)$$

عندما يصير الجسم **على وشك الحركة** (دون أن يتحرك)، حيث N رد فعل السطح و μ_s ثابت يسمى **معامل الاحتكاك السكوني** *(coefficient of static friction)*.

ب- **قوة الاحتكاك الحركي** *(kinetic friction)*: إذا تحرك جسم على سطح خشن فإنه يخضع لقوة احتكاك حركي بعكس الاتجاه الذي يتحرك نحوه، وتعطى قيمتها بالعلاقة:

$$\boxed{F_k = \mu_k N} \qquad (7\text{-}4)$$

حيث N رد فعل السطح و μ_k **معامل الاحتكاك الحركي** *(coefficient of kinetic friction)*.

ويعتمد كل من μ_s و μ_k على طبيعة الجسم والسطح، كما ذكرنا سابقا، لكنه لايعتمد على مساحة السطوح المتماسة أو كتلة الجسم المتحرك.

ويجدر الانتباه إلى أن العلاقتين (4-6) و(4-7) تربطان بين قيمة قوة الاحتكاك وقيمة رد فعل السطح لابين اتجاهيهما، إذ أن الأولى موازية للسطح دوما بينما الأخيرة عمودية عليه.

مثل 4-5

يسحب جسم كتلته 2 kg على طاولة أفقية خشنة بواسطة قوة متغيرة F. ماقوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم عندما تكون تأخذ F القيم التالية: 6 N, 4 N, 1 N، إذا معامل الاحتكاك السكوني 0.2 والحركي 0.1؟

الحل: لنحسب أولا أكبر قيمة مكنة لقوة الاحتكاك السكوني فنكتب:

$$(F_s)_{\max} = \mu_s N = \mu_s mg = 4 \text{ N}$$

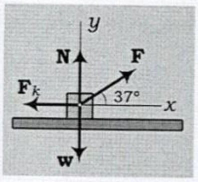
الآن: إذا تركنا الجسم على السطح دون أن نؤثر عليه بأي قوة فإنه يبقى ساكنا ولايخضع لأي قوة احتكاك لذا تكون قوة الاحتكاك السكوني عندئذ مساوية لقيمتها الصغرى أي صفر. وإذا أثرنا بقوة 1 N فإن السطح يؤثر بقوة احتكاك سكوني معاكسة بقيمة 1 N أيضا بحيث يبقى الجسم ساكنا. وبزيادة القوة الخارجية تدريجيا من 1 N إلى 4 N تزداد قوة الاحتكاك السكوني إلى أن تصير أكبر مايمكن، أي 4 N، وتبقى مانعة للجسم عن الحركة. ولكن عندما تصير القوة الخارجية 4 N تماما يصير الجسم على وشك الحركة بحيث لو زادت عن 4 N **بأي مقدار** لتغلبت على أكبر قوة احتكاك سكوني ولتحرك الجسم على السطح وعندئذ يتحول الاحتكاك إلى حركي وتصبح قوة الاحتكاك حركية تعطى بالعلاقة:

$$F_k = \mu_k N = \mu_k mg = 2 \text{ N}$$

فقيمة قوة الاحتكاك عندما تصير القوة الخارجية 6 N هي ثابتة وتساوي 2 N.

مثل 4-6

يسحب جسم كتلته 5 kg على طاولة أفقية خشنة بواسطة قوة F=40 N تميل بزاوية °37، كما في الشكل (4-9). ماتسارع الجسم على الطاولة إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بينهما 0.4؟



الشكل (4-9)

الحل: نكتب قانون التحريك للجسم حيث نلاحظ أن القوى المؤثرة عليه هي وزنه **w** ورد فعل الطاولة **N** والقوة المطبقة **F** وقوة الاحتكاك الحركي $\mathbf{F}_k$، فنجد:

$$\mathbf{w}+\mathbf{N}+\mathbf{F}+\mathbf{F}_k=m\mathbf{a}$$

وباختيار المحور ox باتجاه حركة الجسم وoy عموديا على الطاولة، كما في الشكل (4-9)، نجد من المركبة السينية للعلاقة السابقة أن:

$$F\cos 37°-F_k=ma$$

ومن المركبة الصادية:

$$N-w+F\sin 37°=0$$

فحتى نستطيع حساب التسارع يجب معرفة قوة الاحتكاك الحركي. وبما أنها تساوي $\mu_k N$ لذا نحسب قيمة رد فعل الطاولة N من المركبة الصادية فنجد (حيث نضع g=10 m/s^2 لسهولة الحساب):

$$N=w-F\sin 37°=50-40\sin 37°=26 \text{ N}$$

أي أن:

$$F_k=\mu_k N=10.4 \text{ N}$$

وبالتالي نعوض هذه القيمة في معادلة التسارع فنجد:

$$(40)\cos 37°-10.4=5a \ \Rightarrow a=4.32 \text{ m/s}^2$$

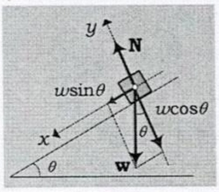
4-8 تطبيقات على قوانين نيوتن

1- انزلاق جسم على مستو مائل بدون احتكاك

لنحدد تسارع جسم m ينزلق على سطح يميل بزاوية θ بدون احتكاك (أي أن السطح ناعم لدرجة يمكن إهمال الاحتكاك بينه وبين الجسم بالمقارنة مع القوى الأخرى)، كما في الشكل (4-10).

فنحدد أولا القوى المؤثرة على الجسم فنلاحظ أن له كتلة أي أن له وزنا **w** نحو الأسفل، كما أنه موجود على سطح فهناك رد فعل **N** عمودي على السطح وبعيدا عنه. ونظرا لأننا أهملنا الاحتكاك فلا توجد قوة احتكاك في هذه الحالة، ونكتب بحسب قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$



الشكل(10-4)

فإذا اخترنا محور السينات موازيا للسطح باتجاه حركة الجسم، ومحور الصادات عموديا على السطح وبعيدا عنه، كما في الشكل (10-4)، وأخذنا مركبات العلاقة السابقة على كل محور نجد أولا من المركبة السينية:

$$w\sin\theta = ma$$

أي أن:

$$a = \frac{w\sin\theta}{m}$$

ونستنتج من هذه العلاقة أن التسارع يتناسب طردا مع سبب التحريك وهي مركبة الوزن الموازية لسطح المستوي $w\sin\theta$، وعكسا مع ممانعة التحريك m.

وبوضع $w=mg$ يصير تسارع جسم ينزلق على مستو مائل بدون احتكاك معطى بالعلاقة:

$$\boxed{a = g\sin\theta} \quad (8\text{-}4)$$

فتسارع الجسم مستقل عن كتلته.

كما نجد من المركبة الصادية:

$$N = mg\cos\theta$$

وهي قيمة رد فعل السطح في هذه الحالة.

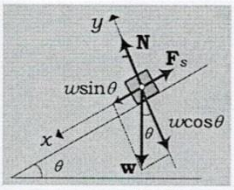
ويمكن البرهان انه لو دفعنا الجسم على السطح المائل للأعلى بسرعة ابتدائية ما وتركناه فإنه يتحرك بداية للأعلى بتباطؤ يساوي:

$$a = -g\sin\theta$$

فيصل لنقطة يتوقف عندها ويعود متحركا على المستوي للأسفل بتسارع معطى بـــ(8-4).

2- انزلاق جسم على مستو مائل خشن

لنفترض أننا وضعنا جسما m على مستو أفقي خشن. فإذا رفعنا المستوي من أحد طرفيه بحيث يصنع زاوية صغيرة مع الأرض فإننا نلاحظ أن الجسم يبقى ساكنا تماما بسبب وجود قوة احتكاك



الشكل (4-11)

سكوني معاكسة لحركته وتزداد كلما زاد ميل المستوي، إلى أن يصل لزاوية كبيرة يصير عندها الاحتكاك السكوني أكبر مايمكن ويصبح الجسم على وشك الحركة لكنه يبقى ساكنا ولايتحرك. فإن زاد ميل المستوي أكثر من ذلك انزلق الجسم وتحولت قوة الاحتكاك من سكونية إلى حركية.

ويمكن إيجاد الزاوية التي يصير عندها الجسم على وشك الانزلاق على السطح الخشن حيث تصل قوة الاحتكاك السكوني لقيمتها العظمى وتساوي مركبة الوزن التي تحاول سحب الجسم للأسفل، كما هو موضح بالشكل (4-11). وبما أن الجسم لايزال متزنا، ولو أنه على وشك الانزلاق، لكن محصلة القوى عليه تبقى مساوية للصفر ونكتب:

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_s = 0$$

وباختيار المحورين ox وoy كما هو موضح نجد من المركبة السينية:

$$w\sin\theta - F_s = 0$$

أي أن

$$F_s = w\sin\theta_s$$

فقوة الاحتكاك السكوني تساوي مركبة الوزن التي تحاول زلق الجسم على المستوي طالما بقي ساكنا عليه.

كما نجد من المركبة الصادية:

$$N - w\cos\theta_s = 0 \Rightarrow N = w\cos\theta_s$$

وبما أن الجسم على وشك الحركة لذا فإن قوة الاحتكاك السكوني تكون أكبر مايمكن، أي أن:

$$F_s = (F_s)_{\max} = \mu_s N = \mu_s w\cos\theta_s$$

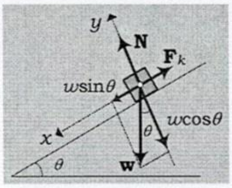
ونجد من العلاقات السابقة:

$$\boxed{\tan\theta_s = \mu_s} \qquad (9\text{-}4)$$

حيث θ_s زاوية ميل المستوي التي يصير الجسم عندها على وشك الانزلاق عليه.

لنفترض الآن أن زاوية ميل المستوي أكبر من θ_s بحيث ينزلق الجسم على المستوي وتصير قوة الاحتكاك حركية F_k. عندئذ نكتب من قانون نيوتن الثاني والشكل (4-12):

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} + \mathbf{F}_k = m\mathbf{a}$$



الشكل (4-11)

وبأخذ مركبة العلاقة على ox نجد:

$$w\sin\theta - F_k = ma \;\Rightarrow\; a = \frac{w\sin\theta - F_k}{m}$$

حيث نلاحظ أن سبب التحريك لايزال مركبة الوزن الموازية للمستوي لكنها تناقصت بسبب الاحتكاك الذي يقاوم الحركة دوما، بينما لاتزال الممانعة هي m لعدم تغير كتلة النظام.

وبوضع

$$F_k = \mu_k N = \mu_k w\cos\theta$$

يصير التسارع

$$\boxed{a = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)} \qquad (10\text{-}4)$$

فلا يزال التسارع مستقل عن كتلة الجسم لكن الاحتكاك يجعله أقل من حالة الانزلاق بدون احتكاك طبعا.

3- حركة المصاعد والوزن الظاهري

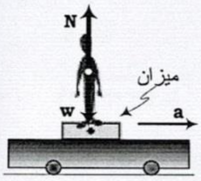
نستفيد من قانون نيوتن الثاني لتفسير بعض الظواهر اليومية التي نشعر بها. ومنها الشعور الذي ينتاب راكب مصعد عندما يبدأ الحركة للأعلى أو الأسفل، إذ يشعر أن وزنه تغير فجأة "وبهبوط في القلب" وهذا مماثل لراكب الطائرة خلال الإقلاع والهبوط، أو من يتأرجح على مرجوحة أو يغطس في الماء. ويسمى هذا الشعور بتغير الوزن **الوزن الظاهري** *(apparent weight)*.

وسنعتبر فيمايلي حركة المصاعد فقط لسهولتها مع أنه يمكن تعميمها لأوساط أخرى، مثل دافعة أرخميدس التي سنتطرق إليها في فصل لاحق. لكن قبل البدء بدراسة حركة المصاعد لابد أن نذكر شيئا عن الطريقة التي نستعملها لمعرفة وزن أي واحد منا. فعندما يقف أحدنا على ميزان زنبركي أفقي ساكن فإن الميزان يخضع لقوة الثقل، أي وزن الشخص الواقف عليه، فينضغط الزنبرك الموجود فيه ويؤثر بقوة معاكسة للأعلى إلى أن تصير قوة الزنبرك مساوية للوزن. فطالما بقي الميزان ساكنا كانت قوة الزنبرك (أي رد فعل الميزان) مساوية للوزن وهذا مانقرأه عادة. أما إذا تسارع السطح الذي يوجد عليه الميزان عندئذ ستكون هناك قوى أخرى نتيجة ذلك ولايعود رد الفعل مساويا للوزن بالضرورة بل قد يختلف عنه حسب جهة الحركة ونوعها، وهذا مانسميه الوزن الظاهري.

ولدراسة هذه الظاهرة نعتبر شخصا كتلته m يقف على ميزان موضوع على سطح أفقي، كما في الشكل (4-13)، كمصعد في بناء مرتفع. حيث نلاحظ أن القوى المؤثرة على الشخص هي وزنه ورد فعل الميزان ولذلك نكتب قانون نيوتن الثاني بالشكل:

$$\mathbf{w} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

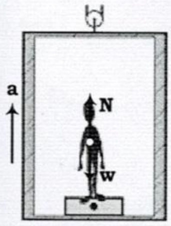
ونميز هنا الحالات التالية:



الشكل (4-13أ)

(أ) السطح يتحرك أفقيا، كما في الشكل (4-13أ):

في هذه الحالة لايتسارع الجسم للأعلى أو الأسفل لذا تبقى قيمة رد فعل السطح **N** مساوية للوزن **w**، أي أن قراءة الميزان تعطي الوزن الصحيح للشخص.



الشكل (4-13ب)

(ب) السطح يتحرك شاقوليا للأعلى أو الأسفل بتسارع a:

إذا كان السطح يتحرك للأعلى، كما في الشكل (4-13ب) نعتبر الاتجاه الموجب للأعلى فتؤول العلاقة السابقة للشكل:

$$N - mg = ma$$

وبالتالي يكون رد فعل السطح مساويا إلى:

$$\boxed{w' = N = w + ma = m(g + a)} \qquad (11\text{-}4)$$

فإذا أعتبرنا حركة مصعد يرتفع للأعلى فإنه يتسارع في بداية حركته $(a > 0)$ ويكون $w' > mg$، أي أن الوزن المقروء (الظاهري) أكبر من الوزن الحقيقي. ثم يتحرك المصعد بسرعة ثابتة، أي $a = 0$ ويكون $w' = mg$، أي أن الوزن الظاهري يساوي الوزن الحقيقي. وفي المرحلة الأخيرة من الصعود للأعلى يبدا المصعد بالتباطؤ ليقف، أي $a < 0$، وعندها يصير $w' < mg$ ويكون الوزن الظاهري أصغر من الوزن الحقيقي.

أما إذا كانت حركة السطح للأسفل كنزول المصعد مثلا، عندئذ تؤول معادلة الحركة إلى:

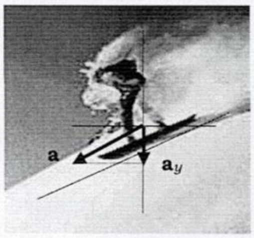
$$w - N = ma$$

أي أن:

$$\boxed{w' = N = w - ma = m(g - a)} \qquad (12\text{-}4)$$

فعند بداية النزول يكون $a > 0$ ، أي أن $w' < mg$ ، فقراءة الميزان أصغر من الوزن الحقيقي. وإذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة يتساوى الإثنان، وأخيرا يتباطأ المصعد ليقف خلال نزوله، $a < 0$ ، فيصير $w' > mg$ أي أن الميزان يقرأ وزنا أكبر من الوزن الحقيقي للشخص.

(ج) السطح يتحرك بشكل مائل:



يلاحظ الوزن الظاهري في كل وسط متسارع بشكل غير أفقي أي أن تغير قراة الميزان لاتحدث في أوساط متسارعة للأعلى أوالأسفل فقط بل في أوساط متسارعة بشكل مائل، كالطائرات خلال الإقلاع والهبوط، أو عند انزلاق جسم على مستو مائل. ولمعرفة الوزن الظاهري في حالات كهذه يجب أخذ مركبة التسارع الشاقولية فقط عند استخدام العلاقات (4-11) و (4-12) لحساب رد فعل الميزان (المفترض بقاؤه أفقيا)، لأن المركبة الأفقية للتسارع لاتغير من قيمة رد الفعل.

مثل 4-7

يقف رجل كتلته 70 kg في مصعد يتحرك للأعلى فيقرأ وزنه 850 N. ماتسارع المصعد؟

الحل: بما أن حركة المصعد نحو الأعلى لذا نكتب:

$$N - w = ma$$

وبتعويض كل من m=70 kg و $w=mg$=686 N و $w'=N$=850 N نجد

$$a = 2.3\ \mathrm{m/s^2}$$

فالمصعد يتسارع في حركته للأعلى.

4-9 حركة منظومة جسيمات وطريقة الجسم الحر *(Free Body Diagram)*

يمكن تطبيق قانون نيوتن على جسم واحد أو عدة أجسام سواء كانت مرتبطة ببعضها أو مستقلة عن بعضها، بحيث نأخذ بعين الاعتبار كتلة الجزء المدروس والقوى الخارجية بالنسبة له والمؤثرة عليه فقط. فإذا اخترنا جسما ما من منظومة مؤلفة من عدة أجسام عندئذ نحدد القوى المؤثرة عليه سواء كان مصدرها أجسام أخرى من المنظومة نفسها أم أجسام خارجية عنها. ويطلق على الشكل الناتج اسم **مخطط الجسم الحر**.

فإذا كان لدينا مثلا جسمان مرتبطان ببعضهما بخيط، كما في الشكل (4-14)، وأردنا دراسة حركتهما كجسم واحد عندئذ نعتبر القوى الخارجية المؤثرة عليهما حيث نلاحظ أنها مؤلفة من

4-4 قانون نيوتن الأول

ماتقدم اسم **قانون نيوتن الأول** الذي نصيغه بالشكل: **يبقى أي جسم على حالته التحركية من سكون أو سرعة ثابتة (قيمة واتجاها) مالم تؤثر عليه محصلة قوى خارجية غير معدومة** ونكتب هذا القانون بالشكل:

$$\boxed{\mathbf{F}_T = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{v} = \text{constant} \;\Rightarrow\; \mathbf{a} = 0} \qquad (1\text{-}4)$$

حيث $\mathbf{F}_T$ محصلة القوى المؤثرة على الجسم و$\mathbf{v}$ و $\mathbf{a}$ متجهي سرعته وتسارعه، على الترتيب. ونلاحظ من العلاقة السابقة أن كون التسارع مساويا للصفر يعني أن سرعة الجسم ستبقى ثابتة وهذا يسمى **اتزانا** *(equilibrium)*. فإن كانت سرعته مساوية للصفر، أي كان ساكنا ومحصلة القوى عليه تساوي الصفر، فسيبقى كذلك ونقول إنه **متزن سكونيا** *(static equilibrium)*. أما إن كان الجسم يتحرك بسرعة ما ومحصلة القوى عليه معدومة فسيبقى متحركا بنفس السرعة ونفس الاتجاه ونقول إنه في حالة **اتزان حركي** *(static equilibrium)*. ولذلك نطلق على التسارع (أي تغير السرعة) اسم **دليل التحريك** بينما نسمي القوة **سبب التحريك**.

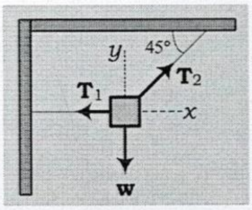
ونستنتج عندئذ من قانون نيوتن الأول أنه **إذا لم يكن هناك سبب للتحريك** ($\mathbf{F}_T$=0) **فسيختفي دليله** (**a**=0). ولابأس من التنويه إلى أن العلاقة (4-1) ليست قانونا يربط بين متغيرات مختلفة بل هي تعريف للقوة كمسبب لتحريك الجسم. ويستفاد من قانون نيوتن الأول لدراسة الاتزان السكوني للأجسام، كما في المثل التالي.

مثل 4-1

يتزن جسم تحت تأثير القوى الثلاث الموضحة بالشكل (4-2). ماقيمة كل شد إذا كان w=50 N؟

الحل: بما أن الجسم متزن نكتب محصلة القوى تساوي الصفر:

$$\mathbf{w} + \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 = 0$$



الشكل (4-2)

وبأخذ مركبات هذه العلاقة على المحورين ox وoy الموضحين في الشكل(4-2) نجد:

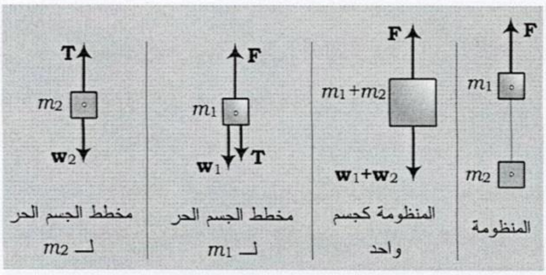
$$T_1 \cos 45° = T_2$$

و $$T_1 \sin 45° = w$$

ومنه: $$T_1 = 71 \text{ N}$$

و $$T_2 = 50 \text{ N}$$

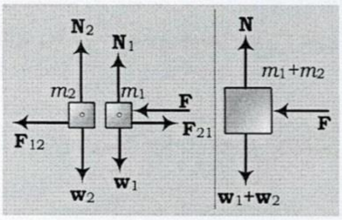
وزنيهما وشد السقف لهما، بينما نهمل الشد في الخيط الواصل بينهما لأنه قوة داخلية متبادلة بين الجسمين ومحصلتها معدومة. أما إذا درسنا حركة أحد الجسمين فقط، مثل m_2، عندئذ نعتبر القوى الخارجية عنه والمؤثرة عليه فقط، فنلاحظ أنها وزنه وشد الجسم الآخر له بواسطة الخيط بينهما، أما السقف فلايؤثر عليه مباشرة ولذلك لانأخذه بعين الاعتبار. ولو أردنا دراسة حركة m_1 فنلاحظ أن القوى المؤثرة عليه هي وزنه وشد السقف فوقه وشد m_2 تحته، وهكذا.



الشكل (4-14)

مثل 4-8

ماتسارع الكتلتين m_1=2 kg و m_2=3 kg الموضحتين بالشكل (4-15) وما القوة التي يؤثر بها m_1 على m_2 إذا كانت القوة الخارجية المؤثرة على النظام F= 10 N؟



الشكل (4-15)

الحل: سنستخدم هذا المثل لتوضيح فكرة الجسم الحر. فنبدأ أولا بحساب تسارع المنظومة كجسم واحد مؤلف من الجسمين المتلاصقين كتلته مجموع الكتليتين والقوى الخارجية عنه هي وزنه ورد فعل السطح الذي يتحرك عليه والقوة F، من ثم نكتب قانون التحريك له:

$$\mathbf{F} + m\mathbf{g} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

وبما أن رد فعل السطح في هذه الحالة يساوي ويعاكس الوزن لذا نجد:

$$F = ma = (m_1 + m_2)a$$

أي أن:

$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2)} = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

فتسارع المنظومة يتناسب طردا مع القوة الفاعلة المحركة وهي القوة الخارجية في هذه الحالة، وعكسا مع ممانعة النظام الكلية، أي كتلة الجسمين معا.

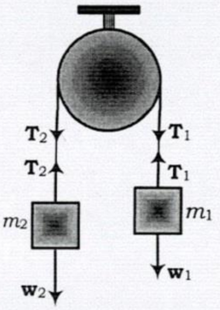
الآن: لإيجاد القوة التي يؤثر بها m_1 على m_2 ندرس حركة الأخير فقط، ونحدد القوى عليه. فنلاحظ أن m_2 يخضع لجذب الأرض، أي وزنه $\mathbf{w}_2$، ورد فعل السطح الذي يتحرك عليه $\mathbf{N}_2$ والقوة $\mathbf{F}_{12}$ التي يؤثر بها m_1 عليه (لاحظ أن m_2 يؤثر على m_1 بقوة $\mathbf{F}_{21}$ مساوية ومعاكسة لـــ $\mathbf{F}_{21}$ حسب قانون نيوتن الثالث أي أن $\mathbf{F}_{12}=-\mathbf{F}_{21}$). وبكتابة قانون التحريك لـــ m_2 وملاحظة أن رد فعل السطح عليه يساوي ويعاكس وزنه، نجد:

$$F_{12} = m_2 a \;\Rightarrow\; a = \frac{F_{12}}{m_2}$$

فتسارع m_2 يتناسب طردا مع القوة الفاعلة المؤثرة عليها، F_{12}، وعكسا مع ممانعتها m_2. ويكون:

$$F_{12} = 6 \text{ N}$$

مثل 9-4 آلة آتوود *(Atwood Machine)*



الشكل (4-16)

آلة أتوود هي مثل على الرافعة التي نستعملها وهي من أقدم الآلات التي استخدمها الإنسان لرفع الأجسام لبساطة تركيبها وسهولة استعمالها. وتتألف من كتلتين m_1 وm_2 مرتبطتين ببعضهما بواسطة خيط خفيف يمر على بكرة نصف قطرها r مثبتة في مكانها، كما في الشكل (4-16)، وسنحدد تسارع المنظومة والشد في الخيط الواصل بين الكتلتين.

الحل: سنفترض أن البكرة ملساء ومهملة الكتلة حتى يمكن تجنب حركتها الدورانية التي سندرسها بالتفصيل لاحقا، ولذلك يكون الشد في الخيط الواصل بين الكتلتين واحدا، أي أن $T_1=T_2$. ومن ثم نعتبر النظام مؤلف من كتلة واحدة m_1+m_2 وخاضع لمحصلة قوة خارجية $\mathbf{F}_T=\mathbf{w}_1+\mathbf{w}_2$ بينما نهمل الشد بين الجسمين لأنه قوة داخلية متبادلة بينهما ومحصلته معدومة. وبذلك نكتب من قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{a}$$

فإذا افترضنا m_2 تتحرك نحو الأسفل عندئذ نعتبر الاتجاه الموجب للأسفل أيضا وتؤول العلاقة السابقة إلى:

$$w_2 - w_1 = (m_1 + m_2)a \;\Rightarrow\; a = \frac{w_2 - w_1}{m_1 + m_2}$$

ونلاحظ من هذه النتيجة أن القوة المحركة للمنظومة هي الفرق بين وزني الكتلتين، إذ لو كان لهما نفس الكتلة لما تحركت المنظومة على الإطلاق. أما الممانعة فهي كتل كل الأجسام الموجودة في المنظومة بغض النظر عن جهة حركة أي منها سواء تحركت أم لم تتحرك.

وبتعويض $w=mg$ في التسارع نجد:

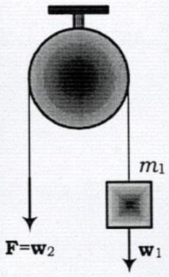
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

الآن: لحساب الشد في الخيط الواصل بين الكتلتين نستخدم طريقة الجسم الحر وندرس حركة أحد الجسمين، مثل m_1، فنكتب قانون نيوتن الثاني لها:

$$T - m_1 g = m_1 a$$

وبتعويض قيمة التسارع a في العلاقة السابقة نجد:

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



الشكل (17-4)

تعليق: لنفترض أننا استبدلنا m_2 بقوة شد (بواسطة اليد مثلا) قيمتها $F=m_2g$، كما في الشكل (17-4) فهل يتغير تسارع المنظومة؟ قد يبدو لأول وهلة أنه لن يتأثر لأن القوة المحركة $F-m_1g=(m_2-m_1)g$ لم تتغير نتيجة استبدال m_2. لكن لو أمعنا النظر إلى المنظومة لتبين لنا أن ممانعتها قد صارت m_1 فقط. ولذلك تتغير قيمة التسارع إلى:

$$a = \frac{F - m_1 g}{m_1} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} g$$

10-4 القوى المركزية *(Central Forces)*

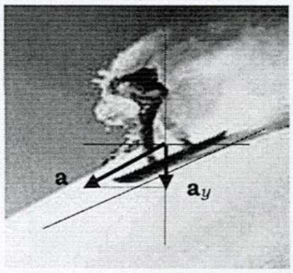
وجدنا في الفصل الثالث أنه إذا تحرك جسم على مسار دائري نصف قطره r بسرعة v فإنه يكتسب تسارعا مركزيا يتجه نحو مركز الدائرة وقيمته:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

وبحسب القانون الثاني في التحريك يجب أن تكون هناك قوة مؤثرة على الجسم معطاة بالعلاقة:

فعند بداية النزول يكون $a > 0$، أي أن $w' < mg$، فقراءة الميزان أصغر من الوزن الحقيقي. وإذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة يتساوى الإثنان، وأخيرا يتباطأ المصعد ليقف خلال نزوله، $a < 0$، فيصير $w' > mg$ أي أن الميزان يقرأ وزنا أكبر من الوزن الحقيقي للشخص.

(ج) السطح يتحرك بشكل مائل:



يلاحظ الوزن الظاهري في كل وسط متسارع بشكل غير أفقي أي أن تغير قراة الميزان لاتحدث في أوساط متسارعة للأعلى أوالأسفل فقط بل في أوساط متسارعة بشكل مائل، كالطائرات خلال الإقلاع والهبوط، أو عند انزلاق جسم على مستو مائل. ولمعرفة الوزن الظاهري في حالات كهذه يجب أخذ مركبة التسارع الشاقولية فقط عند استخدام العلاقات (4-11) و (4-12) لحساب رد فعل الميزان (المفترض بقاؤه أفقيا)، لأن المركبة الأفقية للتسارع لاتغير من قيمة رد الفعل.

مثل 4-7

يقف رجل كتلته 70 kg في مصعد يتحرك للأعلى فيقرأ وزنه 850 N. ماتسارع المصعد؟

الحل: بما أن حركة المصعد نحو الأعلى لذا نكتب:

$$N - w = ma$$

وبتعويض كل من m=70 kg و w=mg=686 N و w'=N=850 N نجد

$$a = 2.3 \text{ m/s}^2$$

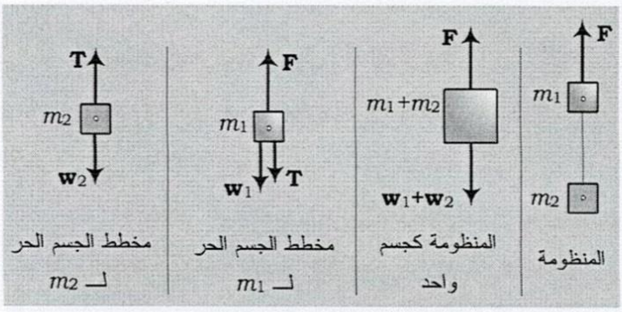
فالمصعد يتسارع في حركته للأعلى.

9-4 حركة منظومة جسيمات وطريقة الجسم الحر *(Free Body Diagram)*

يمكن تطبيق قانون نيوتن على جسم واحد أو عدة أجسام سواء كانت مرتبطة ببعضها أو مستقلة عن بعضها، بحيث نأخذ بعين الاعتبار كتلة الجزء المدروس والقوى الخارجية بالنسبة له والمؤثرة عليه فقط. فإذا اخترنا جسما ما من منظومة مؤلفة من عدة أجسام عندئذ نحدد القوى المؤثرة عليه سواء كان مصدرها أجسام أخرى من المنظومة نفسها أم أجسام خارجية عنها. ويطلق على الشكل الناتج اسم **مخطط الجسم الحر**.

فإذا كان لدينا مثلا جسمان مرتبطان ببعضهما بخيط، كما في الشكل (4-14)، وأردنا دراسة حركتهما كجسم واحد عندئذ نعتبر القوى الخارجية المؤثرة عليهما حيث نلاحظ أنها مؤلفة من

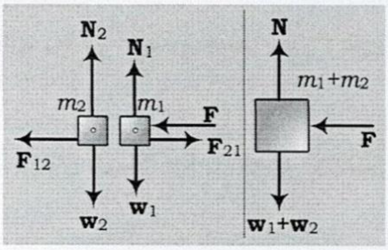
وزنيهما وشد السقف لهما، بينما نهمل الشد في الخيط الواصل بينهما لأنه قوة داخلية متبادلة بين الجسمين ومحصلتها معدومة. أما إذا درسنا حركة أحد الجسمين فقط، مثل m_2، عندئذ نعتبر القوى الخارجية عنه والمؤثرة عليه فقط، فنلاحظ أنها وزنه وشد الجسم الآخر له بواسطة الخيط بينهما، أما السقف فلايؤثر عليه مباشرة ولذلك لانأخذه بعين الاعتبار. ولو أردنا دراسة حركة m_1 فنلاحظ أن القوى المؤثرة عليه هي وزنه وشد السقف فوقه وشد m_2 تحته، وهكذا.



الشكل (4-14)

مثل 4-8

ماتسارع الكتلتين m_1=2 kg و m_2=3 kg الموضحتين بالشكل (4-15) وما القوة التي يؤثر بها m_1 على m_2 إذا كانت القوة الخارجية المؤثرة على النظام F= 10 N؟



الشكل (4-15)

الحل: سنستخدم هذا المثل لتوضيح فكرة الجسم الحر.

فنبدأ أولا بحساب تسارع المنظومة كجسم واحد مؤلف من الجسمين المتلاصقين كتلته مجموع الكتليتين والقوى الخارجية عنه هي وزنه ورد فعل السطح الذي يتحرك عليه والقوة F، من ثم نكتب قانون التحريك له:

$$\mathbf{F} + m\mathbf{g} + \mathbf{N} = m\mathbf{a}$$

وبما أن رد فعل السطح في هذه الحالة يساوي ويعاكس الوزن لذا نجد:

$$F = ma = (m_1 + m_2)a$$

أي أن:

$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2)} = 2\ \text{m/s}^2$$

فتسارع المنظومة يتناسب طردا مع القوة الفاعلة المحركة وهي القوة الخارجية في هذه الحالة، وعكسا مع ممانعة النظام الكلية، أي كتلة الجسمين معا.

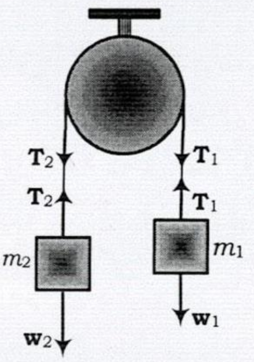
الآن: لإيجاد القوة التي يؤثر بها m_1 على m_2 ندرس حركة الأخير فقط، ونحدد القوى عليه. فنلاحظ أن m_2 يخضع لجذب الأرض، أي وزنه $\mathbf{w}_2$، ورد فعل السطح الذي يتحرك عليه $\mathbf{N}_2$ والقوة $\mathbf{F}_{12}$ التي يؤثر بها m_1 عليه (لاحظ أن m_2 يؤثر على m_1 بقوة $\mathbf{F}_{21}$ مساوية ومعاكسة لـــ $\mathbf{F}_{21}$ حسب قانون نيوتن الثالث أي أن $\mathbf{F}_{12}=-\mathbf{F}_{21}$). وبكتابة قانون التحريك لـــ m_2 وملاحظة أن رد فعل السطح عليه يساوي ويعاكس وزنه، نجد:

$$F_{12} = m_2 a \;\Rightarrow\; a = \frac{F_{12}}{m_2}$$

فتسارع m_2 يتناسب طردا مع القوة الفاعلة المؤثرة عليها، F_{12}، وعكسا مع ممانعتها m_2. ويكون:

$$F_{12} = 6\ \text{N}$$

مثال 9-4 آلة آتوود *(Atwood Machine)*



الشكل (4-16)

آلة أتوود هي مثل على الرافعة التي نستعملها وهي من أقدم الآلات التي استخدمها الإنسان لرفع الأجسام لبساطة تركيبها وسهولة استعمالها. وتتألف من كتلتين m_1 وm_2 مرتبطتين ببعضهما بواسطة خيط خفيف يمر على بكرة نصف قطرها r مثبتة في مكانها، كما في الشكل (4-16)، وسنحدد تسارع المنظومة والشد في الخيط الواصل بين الكتلتين.

الحل: سنفترض أن البكرة ملساء ومهملة الكتلة حتى يمكن تجنب حركتها الدورانية التي سندرسها بالتفصيل لاحقا، ولذلك يكون الشد في الخيط الواصل بين الكتلتين واحدا، أي أن $T_1=T_2$. ومن ثم نعتبر النظام مؤلف من كتلة واحدة m_1+m_2 وخاضع لمحصلة قوة خارجية $\mathbf{F}_T=\mathbf{w}_1+\mathbf{w}_2$ بينما نهمل الشد بين الجسمين لأنه قوة داخلية متبادلة بينهما ومحصلته معدومة. وبذلك نكتب من قانون نيوتن الثاني:

$$\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{a}$$

فإذا افترضنا m_2 تتحرك نحو الأسفل عندئذ نعتبر الاتجاه الموجب للأسفل أيضا وتؤول العلاقة السابقة إلى:

$$w_2 - w_1 = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{w_2 - w_1}{m_1 + m_2}$$

ونلاحظ من هذه النتيجة أن القوة المحركة للمنظومة هي الفرق بين وزني الكتلتين، إذ لو كان لهما نفس الكتلة لما تحركت المنظومة على الإطلاق. أما الممانعة فهي كتل كل الأجسام الموجودة في المنظومة بغض النظر عن جهة حركة أي منها سواء تحركت أم لم تتحرك.

وبتعويض $w=mg$ في التسارع نجد:

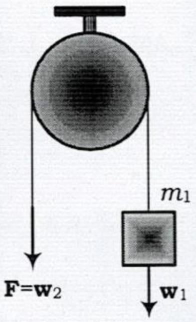
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

الآن: لحساب الشد في الخيط الواصل بين الكتلتين نستخدم طريقة الجسم الحر وندرس حركة أحد الجسمين، مثل m_1، فنكتب قانون نيوتن الثاني لها:

$$T - m_1 g = m_1 a$$

وبتعويض قيمة التسارع a في العلاقة السابقة نجد:

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$



الشكل (4-17)

تعليق: لنفترض أننا استبدلنا m_2 بقوة شد (بواسطة اليد مثلا) قيمتها $F=m_2 g$، كما في الشكل (4-17) فهل يتغير تسارع المنظومة؟ قد يبدو لأول وهلة أنه لن يتأثر لأن القوة المحركة $F-m_1 g=(m_2-m_1)g$ لم تتغير نتيجة استبدال m_2. لكن لو أمعنا النظر إلى المنظومة لتبين لنا أن ممانعتها قد صارت m_1 فقط. ولذلك تتغير قيمة التسارع إلى:

$$a = \frac{F - m_1 g}{m_1} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} g$$

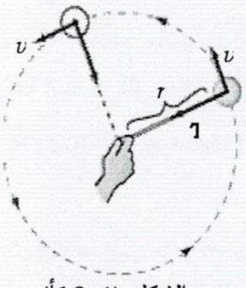
10-4 القوى المركزية *(Central Forces)*

وجدنا في الفصل الثالث أنه إذا تحرك جسم على مسار دائري نصف قطره r بسرعة v فإنه يكتسب تسارعا مركزيا يتجه نحو مركز الدائرة وقيمته:

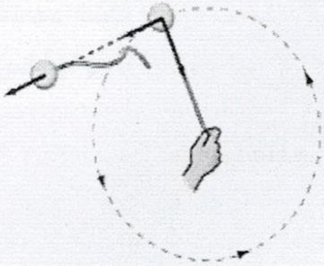
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

وبحسب القانون الثاني في التحريك يجب أن تكون هناك قوة مؤثرة على الجسم معطاة بالعلاقة:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad (13\text{-}4)$$



الشكل (4-18أ)


الشكل (4-18ب)

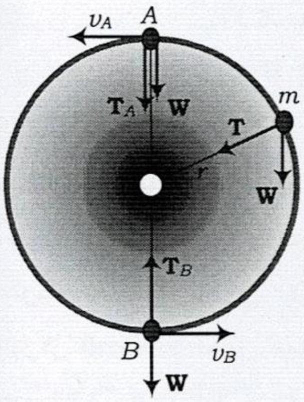
وتتجه هذه القوة، كالتسارع، **نحو مركز الدائرة**. ومن الأخطاء الشائعة عند البعض افتراض أن القوة تتجه بعيدا عن المركز ويطلقون عليها **–خطأ–** اسم **القوة الطاردة**. لكن هذا غير صحيح إذ لاوجود لقوة طاردة مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة، بل إن القوة المؤثرة عليه **جاذبة** نحو المركز *(central)* تعطى قيمتها بالعلاقة (4-13). ويمكن فهم هذه النقطة لو تابعنا حركة كرة مربوطة بخيط، كما في الشكل (4-18أ)، للاحظنا أنها خضعة لقوة شد من يد الشخص الذي يلوح بها، تتجه نحو المركز. وبحسب قانون نويتن الثالث، فإن الكرة تؤثر على يده بقوة مساوية بالقيمة ومعاكسة بالاتجاه، أي بعيدا عن المركز. ولذلك يعتقد البعض أن هناك قوة طاردة أو نابذة. ولو أن الشخص أفلت الكرة من يده لطارت كمقذوف باتجاه مماسي للدائرة لحظة الإفلات، كما في الشكل (4-18ب)، إلا أننا نعتقد أنها تطير بعيدا عنا لأننا عندما نتابع حركتها بالعين نراها تبتعد عنا فنقول إنها خاضعة لقوة طاردة وهذا غير صحيح.

ولابأس من الإشارة إلى أن العلاقة (4-13) هي علاقة رياضية بحتة، بمعنى أننا حصلنا عليها بطريقة رياضية فقط. وبالتالي فعندما يكون هناك جسم يدور على دائرة، أي خاضع لقوة مركزية، فإن أول مايجب أن نسأله هو مامصدر هذه القوة ومالذي يدور هذا الجسم؟ ففي حالة القمر الذي يدور حول الأرض في مسار دائري نلاحظ أن مصدر القوة المركزية المؤثرة عليه هو الأرض التي تجذبه بقوة الجاذبية. وكذلك في حالة الإلكترون الذي يدور حول البروتون في ذرة الهيدروجين حيث يخضع لقوة مركزية مصدرها البروتون الذي يجذبه بقوة كولوم الكهربائية، وهكذا.

مثال 4-11 دوران جسم على دائرة شاقولية

يدور جسم مربوط بخيط خفيف في مسار دائري شاقولي نصف قطره r، كما في الشكل (4-19). ما الشد المؤثر على الجسم عند أخفض وأعلى نقطة من مساره؟

الحل: بما أن الجسم يدور في مسار دائري لذا نلاحظ أن لمحصلة القوى عليه عند أي نقطة من مساره مركبتين واحدة باتجاه المركز وتساوي القوة المركزية mv^2/r التي تغير اتجاه الحركة، والثانية بالاتجاه المماسي وتساوي كتلة الجسم مضروبة بالتسارع المماسي، والتي تغير قيمة سرعة الجسم. فلو اعتبرنا النقطة A من مسار الجسم نجد أن محصلة القوى هناك هي مجموع الشد والوزن وتتجه نحو المركز فنكتب:



الشكل (4-19)

$$T_A + mg = m\frac{v_A^2}{r} \;\Rightarrow\; T_A = m\frac{v_A^2}{r} - mg$$

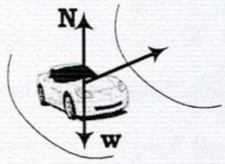
أما عند النقطة B فإن محصلة القوى هي الفرق بين الشد والوزن وبما أنها يجب أن تتجه نحو المركز (لماذا؟) لذا يكون الشد أكبر من الوزن ونكتب:

$$T_B - mg = m\frac{v_B^2}{r} \;\Rightarrow\; T_B = m\frac{v_B^2}{r} + mg$$

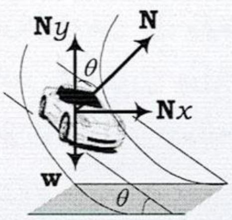
وسنرى من حفظ الطاقة أن $v_B > v_A$ لذلك يكون $T_B > T_A$.

مثل 4-12 دوران سيارة على منعطف

عندما تدور سيارة على منعطف فإنها تحتاج لقوة مركزية لتحقيق ذلك. ففي شوارع المدينة يقوم الاحتكاك عادة بتوفير القوة المركزية الضرورية لأن سرعات السيارات تكون منخفضة عموما. أما في مخارج الطرق السريعة فيتم تصميمها بحيث تكون مائلة بعض الشئ لتوفر القوة المركزية الضرورية. فإذا اعتبرنا سيارة تدور على منعطف بسرعة v فماذا يجب أن تكون زاوية الميل حتى لاتنزلق عليه؟



الشكل (4-20أ)



الشكل (4-20ب)

الحل: من الواضح أن السيارة تخضع لمحصلة قوتين هما وزنها نحو الأسفل ورد فعل الطريق العمودي عليه. فلو كانت الطريق أفقية، كما في الشكل (4-20أ)، لكانت هذه المحصلة مساوية للصفر ولما توفرت القوة المركزية الجاذبة نحو مركز المنعطف واللازمة لتدور السيارة عليه. أما لوكانت الطريق مائلة بزاوية θ، كما في الشكل (4-20ب)، لأصبح لرد الفعل مركبتين إحداهما $\mathbf{N}_y$ تساوي

وتعاكس وزن السيارة وتمنع انهيار الأرض تحتها، والثانية $\mathbf{N}_x$ تتجه نحو مركز المنعطف وتؤدي لدوران السيارة. ولذلك نكتب من الشكل (4-20ب):

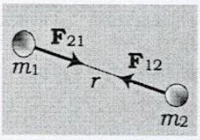
$$N_y = N\cos\theta = mg \quad \text{و} \quad N_x = N\sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

وبأخذ نسبة هاتين العلاقتين نجد:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

وتصمم المنعطفات مائلة بحيث يؤخذ بعين الاعتبار حدود السرعة المسموح بها على الطرق السريعة.

11-4 قانون الجاذبية العام *(Gravity)*



الشكل (4-21)

عرفنا في فقرة سابقة وزن جسم بالعلاقة $\mathbf{w} = m\mathbf{g}$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية. وقد كان من المفروض أن نعرف قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على الجسم أولا لنستخلص منها تسارع الجاذبية الأرضية. وقد وضع نيوتن **قانون الجاذبية العام** بين أي كتلتين نقطتيتين m_1 وm_2 بينهما مسافة r، كبيرة بالمقارنة مع أبعاد أي منهما، بالعلاقة:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad (14\text{-}4)$$

حيث G ثابت الجاذبية وقيمته $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N.m^2/kg^2}$.

وتتجه قوة الجاذبية التي تؤثر بها m_1 على m_2 **نحو** m_1، كما في الشكل (4-21)، أي أنها قوة تجاذب ولذلك نكتب هذه القوة بشكل متجه على النحو:

$$\mathbf{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\mathbf{r}_1 \qquad (15\text{-}4)$$

حيث $\mathbf{r}_1$ متجه وحدة من m_1 (مصدر القوة) إلى m_2 (الجسم الخاضع لها).

ويمكن التأكد من قانون الجذب العام تجريبيا بإجراء تجربة مماثلة لتلك التي قام بها **هنري كافنديش** *(Henri Cavendish 1731-1810)* عام 1798 مستخدما جهازا مماثلا لذلك الموضح بالشكل (4-22)، حيث تحمل كتلتان متساويتان m على طرفي قضيب خفيف معلق من منتصفه

وتعاكس وزن السيارة وتمنع انهيار الأرض تحتها، والثانية $\mathbf{N}_x$ تتجه نحو مركز المنعطف وتؤدي لدوران السيارة. ولذلك نكتب من الشكل (4-20ب):

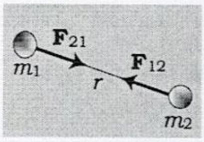
$$N_y = N\cos\theta = mg \quad و \quad N_x = N\sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

وبأخذ نسبة هاتين العلاقتين نجد:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

وتصمم المنعطفات مائلة بحيث يؤخذ بعين الاعتبار حدود السرعة المسموح بها على الطرق السريعة.

11-4 قانون الجاذبية العام *(Gravity)*



الشكل (4-21)

عرفنا في فقرة سابقة وزن جسم بالعلاقة $\mathbf{w} = m\mathbf{g}$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية. وقد كان من المفروض أن نعرف قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على الجسم أولا لنستخلص منها تسارع الجاذبية الأرضية. وقد وضع نيوتن **قانون الجاذبية العام** بين أي كتلتين نقطتيين m_1 وm_2 بينهما مسافة r، كبيرة بالمقارنة مع أبعاد أي منهما، بالعلاقة:

$$\boxed{F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}} \qquad (14\text{-}4)$$

حيث G ثابت الجاذبية وقيمته $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N.m^2/kg^2}$.

وتتجه قوة الجاذبية التي تؤثر بها m_1 على m_2 **نحو** m_1، كما في الشكل (4-21)، أي أنها قوة تجاذب ولذلك نكتب هذه القوة بشكل متجه على النحو:

$$\boxed{\mathbf{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\mathbf{r}_1} \qquad (15\text{-}4)$$

حيث $\mathbf{r}_1$ متجه وحدة من m_1 (مصدر القوة) إلى m_2 (الجسم الخاضع لها).

ويمكن التأكد من قانون الجذب العام تجريبيا بإجراء تجربة مماثلة لتلك التي قام بها **هنري كافنديش** *(Henri Cavendish* 1731-1810*)* عام 1798 مستخدما جهازا مماثلا لذلك الموضح بالشكل (4-22)، حيث تحمل كتلتان متساويتان m على طرفي قضيب خفيف معلق من منتصفه

فتسارع الجاذبية يعتمد على بعد الجسم عن مركز الأرض ويساوي عند سطح الأرض $r=R_e$:

$$\boxed{g_R = \frac{GM_e}{R_e^2}} \qquad (17\text{-}4)$$

حيث M_e و R_eكتلة الأرض ونصف قطرها، على الترتيب. وهذه هي القيمة التي نستخدمها لتسارع الجاذبية الأرضية قرب سطح الأرض، أي أن:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} = 9.801\ \mathrm{m/s^2}$$

مثل 13-4

على أي ارتفاع عن سطح الأرض ينخفض تسارع الجاذبية لنصف قيمته على سطحها؟

الحل: نكتب من العلاقة (4-16):

$$g = \frac{GM_e}{r^2} = \frac{g_R}{2} = \frac{GM_e}{2R_e^2}$$

أي أن:

$$r^2 = 2R_e^2 \ \Rightarrow\ r = \sqrt{2}R_e = R_e + h \ \Rightarrow\ h \approx 0.4R_e$$

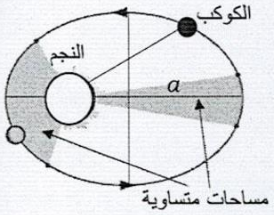
حيث h ارتفاع الجسم عن سطح الأرض. وبتعويض R_e=6370 km نجد h=2640 km تقريبا.

13-4 قوانين كبلر *(Kepler's Laws)*

يوهان كبلر

استحوذت حركة الكواكب والنجوم والأجسام السماوية على اهتمام الإنسان منذ بداية الحياة البشرية. وكان للمسلمين باع طويل في تطوير علم الفلك والإبداع فيه، فرصدوا الكثير من الكواكب والنجوم والمجرات وأطلقوا عليها أسماء لاتزال معروفة حتى يومنا هذا، ورسموا خرائط مفصلة للسماء وطوروا البوصلة الفلكية التي تستخدم من قبل البحارة والرحالة في كل أنحاء العالم. كما درس الإغريق واليونان القدماء، مثل **بطليموس**، الفلك واعتبروا الأرض مركز الكون، إلى أن جاء **نيكولاس كوبرنيكوس** *(Nicolaus Copernicus* 473-1543) ووضع نظرية مركزية الشمس للكون واعتبر أن الكواكب تدور حولها في دوائر. ثم قام **تايكو براهي** *(Tyco Brahe* 1546-1601) بمتابعة حركة مايزد عن 777 جسما سماويا لمدة عشرين سنة تقريبا، وأجرى حسابات دقيقة لمواضعها

مع مرور لزمن. ثم جاء طالبه **يوهان كبلر** *(Johannes Kepler 1571-1630)* وحلل هذه المعلومات متوصلا إلى قوانين مهمة تتعلق بحركة الكواكب تسمى **قوانين كبلر** وهي:



الشكل(4-25)

1- قانون المسارات: تتحرك الكواكب (أو الأقمار) في مسارات قطوع ناقصة حول مركز جذبها الذي يقع عند أحد المحرقين (البؤرتين)، كما في الشكل(4-25).

2- قانون المساحات: يمسح الخط الواصل من مركز الجذب إلى الكوكب (أو القمر) مساحات متساوية في أزمنة متساوية.

3- قانون التناسب: يتناسب مربع دور حركة الكوكب (أو القمر) مع مكعب نصف القطر الكبير لمساره، فإذا كان دور الحركة T و نصف القطر الكبير a، عندئذ يكون:

$$T^2 \propto a^3 \qquad (18\text{-}4)$$

ويمكن برهان أن هذه القوانين هي نتيجة مباشرة لقوانين التحريك التي درسناها في هذا الفصل. وكمثل على ذلك سنبرهن قانون التناسب لجسم يدور في مسار دائري نصف قطره a حول مركز جذب كتلته M، عندئذ تكون قوة الجذب التي يخضع لها مركزية قيمتها:

$$F = \frac{GMm}{a^2} = \frac{mv^2}{a}$$

وبملاحظة أن دور الحركة يعطى بالعلاقة:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi a}{v} \ \Rightarrow\ v = \frac{2\pi a}{T}$$

وبتعويض السرعة في علاقة القوة نجد:

$$\boxed{T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) a^3} \qquad (19\text{-}4)$$

فمربع دور الحركة يتناسب فعلا مع مكعب نصف القطر. وهذه العلاقة صحيحة من أجل مسارات قطعية أيضا. ونعطي في الجدول 4-1 بعض خواص كواكب المجموعة الشمسية.

مثل 4-14

ماسرعة قمر صناعي يدور على ارتفاع 1000 km فوق سطح الأرض؟

الحل: نكتب أن قوة جذب الأرض للقمر مركزية بحيث أن:

$$F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

حيث M كتلة الأرض و r بعد القمر عن مركزها، أي أن:

$$r = R_e + h = 6370 + 1000\ \text{km} = 7370 \times 10^3\ \text{m}$$

حيث h ارتفاع القمر عن سطح الأرض. وبتعويض الثوابت الواردة في علاقةالسرعة نجد:

$$v = \frac{6.67 \times 10^{-11}\text{N.m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\text{kg})}{(7370 \times 10^3\text{m})} \Rightarrow v = 7.35 \times 10^3\ \text{m/s}$$

الجدول 4-1

الجسم	الكتلة (كتلة أرضية)	متوسط نصف القطر (نصف قطر الأرض)	طول السنة (سنة أرضية)	البعد عن الشمس (بعد الأرض)
عطارد (Mercury)	0.05	0.38	0.24	0.39
الزهرة (Venus)	0.82	0.95	0.61	0.72
الأرض (Earth)	1.00	1.00	1.00	1.00
المريخ (Mars)	0.11	0.53	1.88	1.52
المشتري (Jupitor)	317.70	10.97	11.85	5.20
زحل (Saturn)	94.98	9.18	29.63	9.56
أورانوس (Uranus)	14.52	3.66	83.62	19.18
نيبتون (Neptune)	17.22	3.47	165.40	30.08
بلوتو (Pluto)	0.02	0.47	247.78	39.50
القمر (Moon)	0.01	0.27	-	-
الشمس (Sun)	3.33x105	109.26	-	-

ملخص الفصل

قانون نيوتن الأول	$\mathbf{F}_T = 0 \Rightarrow \mathbf{v} =$ ثابت
قانون نيوتن الثاني	$\mathbf{F}_T = m\mathbf{a}$
قانون نيوتن الثالث:	لكل فعل (من جسم أول على جسم ثاني) رد فعل(من الجسم الثاني على الجسم الأول)
وزن جسم	$\mathbf{w} = m\mathbf{g}$
قوة الاحتكاك السكوني	$0 \le F_s \le \mu_s N$
قوة الاحتكاك الحركي	$F_k = \mu_k N$
القوة المركزية	$F_c = m\dfrac{v^2}{r}$
قانون الجذب العام	$F = \dfrac{Gm_1m_2}{r^2}$
تسارع الجاذبية على بعد r من مركز الأرض	$g = \dfrac{GM}{r^2}$

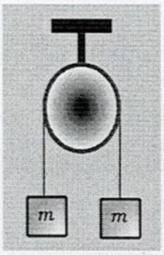
تمارين ومسائل

قانون نيوتن الأول

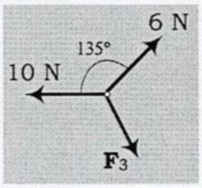
1-4 تعلق كتلتان متساويتان وزن كل واحدة 10 N على طرفي حبل يمر على بكرة معلقة بالسقف بواسطة سلسلة معدنية. ما الشد في الحبل وفي السلسلة، كما في الشكل (4-27)؟

2-4 يخضع جسم مهمل الكتلة إلى ثلاث قوى، كما في الشكل (4-28)، بحيث يتحرك أفقيا بسرعة ثابتة. ماقيمة واتجاه $\mathbf{F}_3$؟

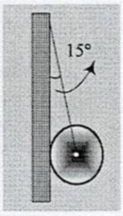
3-4 ما القوة التي يدفع الحائط بها الكرة الموضحة بالشكل (4-29) حتى تبقى متزنة وما الشد في الحبل، مع العلم أن وزن الكرة 800 N؟



الشكل (4-27)



الشكل (4-28)

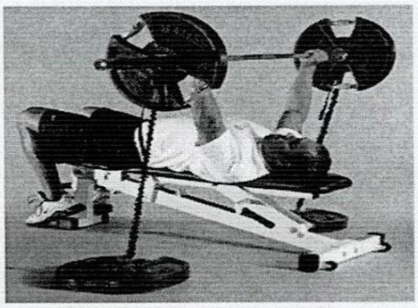


الشكل (4-29)

الفصل الخامس

الشغل والطاقة

(Work & Energy)



1-5 تمهيد

درسنا في الفصول السابقة كيف ولماذا تتحرك الأجسام، ووجدنا أنه عندما تؤثر محصلة قوى لاتساوي الصفر على جسم فإنه يتحرك بشكل أو بآخر. ونتساءل الآن ما الفائدة من حركة وتحريك الأجسام؟ ولماذا نزعج أنفسنا بهذه التفاصيل؟ تأتي الإجابة في شقين؛ أولاهما أن الإنسان بفضوله الدائم يسعى لتفسير الظواهر الطبيعية وأسبابها وماينتج عنها. وثانيهما أن الإنسان يريد الاستفادة بما أنعم الله عز وجل علينا وسخره لنا، فهو يريد سيارة تنقله من مكان لآخر، ومصابيح كهربائية لإنارة المدن والبيوت، وغير ذلك. وبالطبع فإن كل هذا لن يتحقق مالم نعرف كيف نتحكم بالأشياء ونستفيد من حركاتها، سواء كانت إلكترونات صغيرة تعطينا إشارات كهربائية أو أجسام كونية تسبب دوران الأرض وتعاقب الليل والنهار.

لذلك سندرس في هذا الفصل كيف نستفيد من حركة جسم فنعرّف **طاقة الحركة**، وكيف نستفيد من تحريكه فنعرّف **الشغل** و**طاقة الوضع**. ثم نربط بين هذه الكميات بواسطة **نظرية الشغل والطاقة**. ونعرّف بعد ذلك القوى التي تحافظ على الطاقة وتلك التي لاتحافظ عليها وصولاً **لمبدأ حفظ الطاقة**. ثم نعرّف أبسط الآلات التي استخدمها الإنسان ونقارن بينها بحساب **القدرة** الناتجة عن كل واحدة ومردودها.

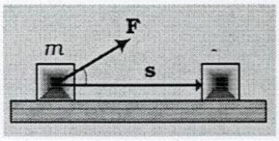
2-5 الشغل *(Work)*

إذا أثرت قوة **F** على جسم خلال انتقاله مسافة **s**، كما في الشكل (5-1)، فإننا نعرف شغل هذه القوة (أو بالأحرى شغل مصدر القوة) بالعلاقة:

$$\boxed{W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = Fs\cos\phi} \qquad (1\text{-}5)$$

حيث ϕ الزاوية بين القوة **F** والمسافة **s**.

ونلاحظ من المعادلة (5-1) أن وحدة الشغل هي قوة مضروبة بمسافة، أي N.m ويطلق عليها في نظام الوحدات الدولي **جول** (Joule) ويرمز لها اختصاراً J، أي أن: $1\ J=1\ N.m=1\ kg.m^2/s^2$.

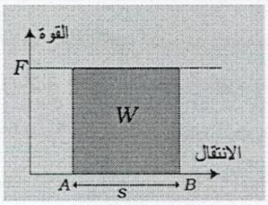


الشكل(5-1)

وبحسب تعريفه، فإن الشغل ينتج عن الضرب العددي لمتجهي المسافة والقوة، ولذلك فهو **كمية عددية** ليس له اتجاه إلاّ أنه يمكن أن يكون موجباً أو سالباً. فإن كان موجباً فهذا يعني أن مصدر القوة **يقوم** فعلاً بشغل، وإن كان سالباً فإن مصدر القوة **يضيع** الشغل، كما سنوضح لاحقاً.

وباستخدام العلاقة (5-1) نلاحظ أنه إذا إذا كانت القوة ثابتة وموازية لجهة انتقال الجسم عندئذ يصير شغلها مساوياً إلى:

$$W = Fs$$

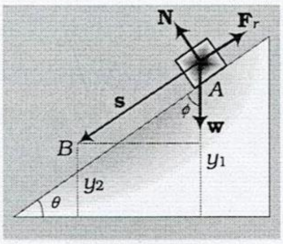


الشكل (5-2)

ويمثل الشكل (5-2) تغيرات القوة مع المسافة في هذه الحالة ونستنتج منه أن الشغل يمثل المساحة المحصورة تحت منحنى القوة بين نقطتي الانتقال. وهذه نتيجة عامة حتى وإن لم تكن القوة موازية لخط الانتقال.

مثل 5-1 شغل الوزن ورد فعل السطح والاحتكاك

ينزلق جسم كتلته 5 kg مسافة 5 m على مستو خشن مائل بزاوية °37، كما هو موضح بالشكل (5-3). ماشغل كل من وزن الجسم ورد فعل السطح والاحتكاك إذا كان معامل الاحتكاك بينهما 0.2؟



الشكل (5-3)

الحل: (أ) شغل الوزن: نكتب شغل الوزن من العلاقة (5-1) بالشكل:

$$W_w = \mathbf{w} \cdot \mathbf{s} = ws\cos\phi$$

ونلاحظ من الشكل (5-3) أن:

$$ws\cos\phi = y_1 - y_2$$

حيث y_1 الارتفاع الابتدائي وy_2 الارتفاع النهائي للجسم عن سطح الأرض. ومن ثم نكتب شغل الوزن:

$$\boxed{W_w = mg(y_1 - y_2)} \qquad (5\text{-}2)$$

ونلاحظ من هذه النتيجة أن شغل الوزن لايعتمد على شكل الطريق الذي يتبعه الجسم للانتقال من الموضع الابتدائي للموضع النهائي، ولا على موضع الأرض نفسها، بل يعتمد على **الفرق بين الارتفاع الابتدائي والنهائي** للجسم عن سطحها. ولذلك يمكن اختيار مستوى الأرض كيفما نشاء شرط أن نلتزم به عند حل مسألة معينة. ومن المفضل وضعه عند أخفض نقطة يصل إليها الجسم خلال حركته.

ففي هذا المثل نضع الأرض عند النقطة B فنجد أن $y_1 = 5\cos 53° = 3\ \text{m}$ و $y_2 = 0$ ويصير شغل الوزن مساوياً

$$W_w = 5(9.8)(3.0) = 147\ \text{J}$$

ومن الواضح أننا لم نكن بحاجة لاستعمال (5-2) لحساب شغل الوزن بل كان بالإمكان تطبيق (5-1) مباشرة مع وضع $s=5\ \text{m}$ و$\phi=53°$ فنحصل على نفس النتيجة بسهولة، إلاّ أن العلاقة (5-2) مهمة لتعريف طاقة الوضع لجسم خاضع لقوة الجاذبية والتي سنتعرض لها بعد قليل.

(ب) شغل رد فعل السطح: بما أن قوة رد فعل السطح **N** عمودية دوماً على السطح الذي يتحرك عليه الجسم لذا تكون الزاوية بين **N** و **s** مساوية لـــ 90° دوماً ويكون شغل رد الفعل هو:

$$\boxed{W_N = \mathbf{N} \cdot \mathbf{s} = 0} \qquad (5\text{-}3)$$

فلا يوجد شغل لقوة رد فعل السطح و**هذه النتيجة صحيحة لأي قوة عمودية على اتجاه الحركة**.

(ج) شغل قوة الاحتكاك: بما أن قوة الاحتكاك التي يؤثر بها سطح خشن على جسم يتحرك عليه تعاكس اتجاه الحركة دوماً لذا تكون الزاوية بين المسافة **s** والقوة $\mathbf{F}_r$ هي 180° ويصير شغل قوة الاحتكاك:

$$W_N = \mathbf{F}_r \cdot \mathbf{s} = -F_k s = -\mu_k N s \qquad (4\text{-}5)$$

فشغل الاحتكاك سالب دوماً أي أن السطح الخشن يضيع بعضاً من الشغل الذي تبذله جاذبية الأرض خلال انزلاق الجسم عليه. كما نلاحظ من العلاقة (5-4) أننا استعملنا قوة الاحتكاك الحركي الذي يظهر عندما يتحرك الجسم فعلاً على السطح، أما لو بقي ساكناً عندئذ يصير الاحتكاك سكونياً وبالتالي لاتوجد مسافة مقطوعة على السطح ويكون **شغل الاحتكاك السكوني مساوياً للصفر دوماً**.

ونحسب شغل الاحتكاك في مثالنا هذا بحساب قوة الاحتكاك فنكتب:

$$F_k = \mu_k N$$

حيث N رد فعل السطح الذي نجده من المركبة الصادية لمعادلة الحركة، كما في الشكل (5-3):

$$N - mg\cos\theta = 0 \;\Rightarrow\; N = mg\cos\theta$$

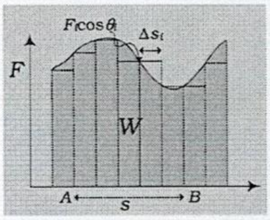
أي أن:

$$F_k = \mu_k mg\cos\theta \;\Rightarrow\; W_{F_k} = -F_k s = -\mu_k (mg\cos\theta) s = -39 \text{ J}$$

(د) شغل محصلة القوى: بما أن الشغل كمية عددية نكتب أن شغل محصلة القوى يساوي مجموع أشغال القوى المختلفة المؤثرة على الجسم بغض النظر عن اتجاهاتها، أي أن:

$$W_T = W_{mg} + W_N + W_{F_k} = 147 + 0 + (-39) = 108 \text{ J}$$

3-5 شغل قوة متغيرة



الشكل (5-4)

افترضنا عند تعريف الشغل في العلاقة (5-1) أن القوة **F** تبقى ثابتة بالقيمة والاتجاه خلال انتقال الجسم المسافة **s**، إلاّ أنه في كثير من الحالات لايكون الأمر كذلك، إذ يمكن أن تتغير القوة بقيمتها أو اتجاهها أو كلاهما. لذلك لحساب شغل قوة تتغير خلال انتقال الجسم من نقطة أولى A إلى نقطة ثانية B نجزء الطريق الذي يتحرك عليه الجسم إلى أجزاء $\Delta\mathbf{s}_1$ و $\Delta\mathbf{s}_2$ و $\Delta\mathbf{s}_3$ وهكذا، كما في الشكل (5-4)، بحيث يمكن اعتبار القوة المؤثرة عليه خلال كل جزء ثابتة بالقيمة والاتجاه. وعندئذ نكتب الشغل المبذول خلال كل جزء على النحو:

$$\begin{cases} \Delta W_1 = \mathbf{F}_1 \cdot \Delta \mathbf{s}_1 = F_1 \Delta s_1 \cos\phi_1 \\ \Delta W_2 = \mathbf{F}_2 \cdot \Delta \mathbf{s}_2 = F_2 \Delta s_2 \cos\phi_2 \\ \quad\quad \vdots \\ \quad\quad \vdots \\ \Delta W_N = \mathbf{F}_N \cdot \Delta \mathbf{s}_N = F_N \Delta s_N \cos\phi_N \end{cases} \quad (5\text{-}5)$$

ويصير الشغل الكلي مساوياً إلى:

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_N = \sum_{i=1}^{N} W_i = \sum F_i \Delta s_i \cos\phi_i \quad (6\text{-}5)$$

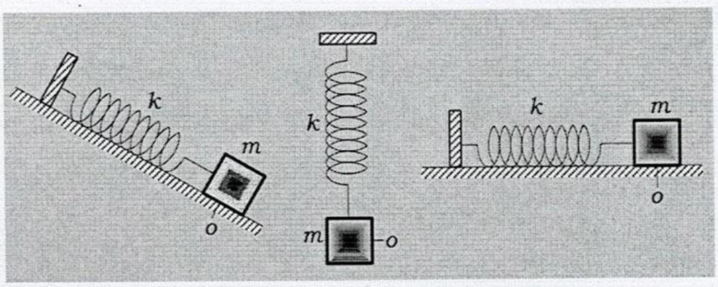
وإذا كانت القوة متغيرة بشكل مستمر لأي إزاحة صغيرة للجسم عندئذ ينتهي الانتقال العنصري $\Delta \mathbf{s}_i$ إلى ds وتتحول العلاقة (6-5) إلى تكامل من الشكل:

$$\boxed{W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B F \cos\phi \, ds} \quad (7\text{-}5)$$

حيث يمتد التكامل من أول الطريق الذي يسير عليه الجسم إلى نهايته، بينما تمثل ϕ الزاوية بين اتجاه القوة واتجاه الحركة عند كل نقطة منه.

4-5 شغل قوة الإرجاع *(restoring force)*

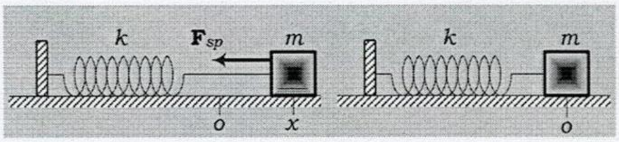
تعتبر قوة الإرجاع من أشهر القوى المتغيرة التي نصادفها في الميكانيك. وأفضل تمثيل لها القوة التي يؤثر بها زنبرك على جسم مربوط به، كما في الشكل (5-5)، حيث نعرّف نقطة اتزان الجسم o عند الموضع الذي يكون عنده ساكناً تماماً سواء كان الزنبرك أفقياً أو شاقولياً أو بأي وضع آخر.



الشكل (5-5)

ونجد من التجربة أنه إذا حاولنا إبعاد الجسم عن وضع الاتزان o مسافة x فإن الزنبرك يؤثر عليه بقوة تتناسب مع x لكن بالاتجاه المعاكس، كما في الشكل (5-6)، بحيث نكتب:

$$\boxed{F_{sp} = -kx} \tag{5-8}$$

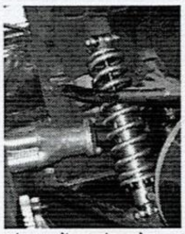


(أ) الجسم عند وضع الاتزان (ب) الجسم يبعد x عن الاتزان

الشكل (5-6)


ميزان مجوهرات حساس

وتسمى F_{sp} في العلاقة (5-8) **قوة الإرجاع** أو **قوة المرونة** للزنبرك، بينما يسمى k **ثابت مرونة الزنبرك** *(spring force constant)* ووحدته، كما نلاحظ من العلاقة (5-8)، هي N/m، وتمثل ليونة أو صلابة الزنبرك، أي مقدار القوة اللازمة لتغيير طوله متراً واحداً. فكلما كانت k كبيرة كلما كان الزنبرك صلباً ويحتاج لقوة كبيرة لضغطه أو شده مسافة صغيرة، وبالعكس إذا كان مرناً أو ليناً فإنه يستطيل وينضغط بسهولة تحت تأثير قوة صغيرة. ومن أفضل الأمثلة على زنبرك لين الميزان الذي يستخدمه بائع المجوهرات حيث يتحسس أي كتلة صغيرة توضع عليه ولذلك نقول إنه حساس. أما الميزان المستخدم في سوق الخضار، أو تلك التي تحمل سيارة (ماصات الصدمات *(shock absorbers)*) فيحوي زنبركاً صلباً للغاية لايتأثر إلاّ إذا علقت به كتلة كبيرة نسبياً، ولذلك نقول إنه قليل الحساسية. وتسمى العلاقة (5-8) **قانون هوك في المرونة** *(Hooke's law)*.


زنبرك ماص الصدمات

لنحسب الآن شغل قوة الإرجاع الذي يبذله زنبرك عندما ينتقل الجسم المربوط به من بعد x_1 عن وضع الاتزان إلى x_2 فنجد من العلاقة (5-7):

$$W_{sp} = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)dx = \tfrac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$$

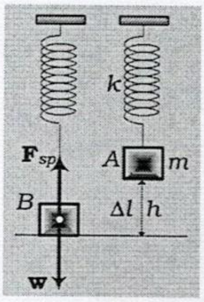
أي أن:

$$\boxed{W_{sp} = \tfrac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)} \qquad (9\text{-}5)$$

فشغل قوة الزنبرك تعتمد على الموضع الابتدائي والنهائي للجسم فقط لاعلى شكل الطريق المتبع للانتقال بينهما، وهذا مشابه تماماً لقوة الجاذبية (الوزن). وسنرى أهمية هذا الموضوع في حفظ الطاقة لاحقاً.

مثل 5-2 تحديد ثابت المرونة لزنبرك تجريبياً

يمكن تحديد ثابت مرونة زنبرك تجريبياً بتعليق جسم كتلته m بزنبرك طوله الطبيعي l_0 مدلى من سقف المختبر بحيث نسند الجسم باليد ليهبط ببطء إلى أن يقف فيستطيل الزنبرك خلال ذلك بمقدار Δl. ماثابت المرونة لهذا الزنبرك؟



الشكل(5-7)

الحل: بما أن الجسم يصل لحالة اتزان في وضع شاقولي لذا تكون محصلة القوى عليه معدومة وتساوي محصلة الوزن mg وقوة الإرجاع $F_{sp} = kx = k\Delta l$ (حيث كتبنا قيمتها لأننا نعرف اتجاهها للأعلى بعكس استطالة الزنبرك)، ومن ثم نجد من الشكل (5-7) أن:

$$k\Delta l = mg$$

أي أن:

$$\boxed{k = \frac{mg}{\Delta l}} \qquad (10\text{-}5)$$

ويتم تجريبياً تغيير الكتلة m عدة مرات وقياس الاستطالة Δl كل مرة ثم رسم تغيرات الاستطالة مع الكتلة واستخدام ميل الخط المستقيم الناتج لتحديد k.

5-5 نظرية الشغل والطاقة *(Work-Energy Theorem)*

عندما يتحرك جسم تحت تأثير قوة أو أكثر فإن شغل هذه القوى ماهو إلاّ طاقة تصرف أو تضيع من قبل كل واحدة منها. ولذا نسأل أين يذهب هذا الشغل؟ للإجابة على هذا السؤال نعتبر جسماً m يتحرك مسافة s تحت تأثير محصلة قوى F_T بحيث تتغير سرعته من v_1 إلى v_2. فإذا حسبنا شغل F_T نجد:

$$W_T = F_T s$$

ولكن وبحسب قانون نيوتن الثاني فإن:

$$F_T = ma$$

وبفرض أن F_T ثابتة عندئذ يكون a ثابتاً أيضاً بحيث نستخدم علاقات الحركة بتسارع ثابت ونكتب:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as$$

وبتعويض F_T و a في علاقة الشغل نجد:

$$\boxed{W_T = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2} \qquad (11\text{-}5)$$

ونظراً لضرورة تناسق الوحدات على طرفي المعادلة السابقة يجب أن تكون وحدة كل حد من الطرف الأيمن هي جول. وبالفعل لو كتبنا وحدة $\frac{1}{2}mv^2$ لوجدنا:

$$\left[\tfrac{1}{2}mv^2\right] = \mathrm{kg.(m/s)^2} = \mathrm{kg.(m/s^2).m} = \mathrm{N.m}$$

أي أنها وحدة طاقة فعلاً، ولذلك نكتب الكمية $\frac{1}{2}mv^2$ بالشكل:

$$\boxed{K = \tfrac{1}{2}mv^2} \qquad (12\text{-}5)$$

ويطلق عليها اسم **طاقة حركة** *(kinetic energy)* لأنها تتعلق بخواص الجسم فقط من كتلة وسرعة بغض النظر عن أي مؤثر خارجي، بحيث أنه إذا كان للجسم كتلة m وسرعة v عندئذ يكون له طاقة حركة معطاة بالعلاقة (5-12)، أياً كان موضعه أوالقوى المؤثرة عليه. وللنتيجة الأخيرة أهمية كبيرة إذ سنرى فيما بعد أن هناك طاقة أخرى للجسم تسمى **طاقة وضع** ليست مستقلة عن الوسط الذي يوجد به وتظهر نتيجة تاثير القوى الخارجية المؤثرة عليه.

ونلاحظ أن طاقة الحركة مثل أي شغل أو طاقة هي كمية عددية ليس لها اتجاه فسواء تحرك الجسم للأعلى أو للأسفل، أو للشرق أو للغرب، فإن طاقته الحركية هي نفسها طالما أن كتلته وسرعته لم تتغيرا.

وبتعويض الطاقة الحركية المعطاة بـــ (5-12) في معادلة الشغل الكلي (5-11) نجد:

$$\boxed{W_T = K_2 - K_1 = \Delta K} \qquad (13\text{-}5)$$

فشغل القوى الكلية المؤثرة على جسم يتحول لتغيير طاقته الحركية. وتسمى العلاقة الأخيرة **نظرية الشغل والطاقة** التي تنص على أن **شغل محصلة القوى المؤثرة على جسم عندما ينتقل بين نقطتين يساوي تغير طاقته الحركية بينهما.**

وننوه أخيراً إلى أنه على الرغم من أننا استخرجنا نظرية الشغل والطاقة لمحصلة قوة ثابتة، إلاّ أنها صحيحة من أجل أي قوة ولو كانت متغيرة بالقيمة أو الاتجاه أو كليهما.

مثل 5-3

ما شغل محصلة القوى المؤثرة على جسم كتلته 0.5 kg عندما ينتقل بين نقطتين فتتغير سرعته من $\mathbf{v}_1 = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ m/s إلى $\mathbf{v}_2 = 7\mathbf{j}$ m/s ؟ ($\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ متجهي وحدة على كل من ox و oy، على الترتيب).

الحل: لحساب شغل محصلة القوى نستخدم نظرية الشغل والطاقة فنكتب:

$$v_1^2 = 9 + 25 = 34 \text{ m/s}^2$$

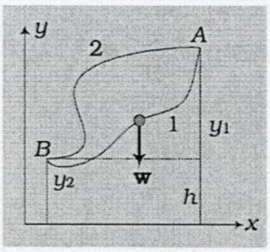
و

$$v_2^2 = 49 \text{ m/s}^2$$

ومن ثم نجد من (5-13) أن:

$$W_T = \tfrac{1}{2}(0.5)(49) - \tfrac{1}{2}(0.5)(34) = 3.75 \text{ J}$$

5-6 القوى المحافظة وغير المحافظة (conservative & non-conservative forces)



الشكل (5-8)

لنفترض أن لدينا جسماً كتلته m ينتقل على الطريق1 في الشكل (5-8) من نقطة أولى A ارتفاعها y_1 إلى نقطة ثانية B ارتفاعها y_2، ولنحسب الشغل الذي تقوم به قوة الجاذبية خلال ذلك. فنكتب من (5-2):

$$W_{A\to B} = mg(y_1 - y_2)$$

وإذا عاد الجسم من B إلى A على الطريق 2 عندئذ يكون شغل الجاذبية:

$$W_{B\to A} = mg(y_2 - y_1)$$

ولهذا يكون شغل الجاذبية في الرحلة المغلقة من A إلى B ثم عودة إلى A هو:

$$\boxed{W_{A\to B\to A} = 0} \quad (14\text{-}5)$$

أي أن قوة الجاذبية تتصف بالصفات التالية:

1- لايعتمد شغلها على الطريق المتبع بل 2- يعتمد على الموضع (أو الارتفاع) الابتدائي والنهائي للجسم و3- يساوي الصفر إذا سار الجسم على طريق مغلقة تنتهي عند نقطة البداية.

تسمى كل قوة تتصف بالصفات المذكورة أعلاه **قوة محافظة** لأنها تحافظ على طاقة الجسم الخاضع لها خلال حركته. **فقوة الجاذبية هي قوة محافظة.**

ومن القوى الأخرى المهمة المحافظة **قوة الإرجاع.** فقد وجدنا سابقاً أن شغل قوة الزنبرك عندما يتغير بعد جسم مربوط به عن وضع الاتزان من x_1 إلى x_2 يعطى بالعلاقة (5-9):

$$W_{1\to 2} = \tfrac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$$

وعندما ينتقل الجسم من x_2 إلى x_1 يصير شغل قوة الزنبرك:

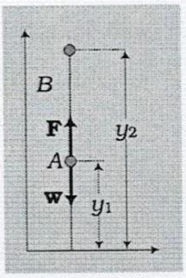
$$W_{2\to 1} = \tfrac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$$

أي أن الشغل الكلي المبذول عندما يتحرك الجسم على الطريق المغلقة $x_1 \leftarrow x_2 \leftarrow x_1$ يساوي الصفر، كما أنه مستقل عن الطريق المتبع، ولايعتمد إلاّ على الموضعين الابتدائي والنهائي للجسم بالنسبة لوضع الاتزان. **فقوة الإرجاع** تشبه قوة الجاذبية في صفاتها ولذا نقول إنها **قوة محافظة.**

ومن البديهي أن هناك قوى كثيرة لاتحقق خواص القوى المحافظة كالاحتكاك الحركي التي تضيع الطاقة بشكل مستمر. يطلق على هذا النوع اسم **قوى غير محافظة** لأنها لاتحافظ على الطاقة.

7-5 طاقة الوضع *(Potential Energy)*

لنفترض أننا رفعنا جسماً كتلته m من نقطة أولى A ارتفاعها y_1 إلى نقطة ثانية B ارتفاعها y_2، كما في الشكل (5-9)، بحيث يتحرك الجسم بسرعة ثابتة، وبذلك تكون القوة التي نبذلها مساوية بالقيمة ومعاكسة بالاتجاه لوزن الجسم، وبالتالي يكون شغلنا هو:



الشكل (5-9)

$$W_{AB} = mgh = mg(y_2 - y_1) \quad (15\text{-}5)$$

فإذا وصل الجسم للنقطة B وتوقف هناك فإننا نتساءل أين ذهب شغلنا؟

مثل 5-12 سرعة الإفلات *(escape velocity)*

يُطلق قمر صناعي كتلته m من سطح الأرض بسرعة v_0. ما أعلى ارتفاع سيصل إليه وماذا يجب أن تكون v_0 حتى لايعود إلى الأرض مطلقاً؟

الحل: نكتب أن الطاقة الكلية للقمر عند سطح الأرض E_R تساوي طاقته عند أعلى ارتفاع r_{max} يصل إليه، أي أن $E_R = E_{r_{\max}}$ حيث:

$$E_R = \tfrac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GmM}{R}$$

وعندما يصير القمر الصناعي عند أعلى ارتفاع تصير سرعته تساوي الصفر وطاقته الكلية طاقة وضع، أي:

$$E_{r_{\max}} = -\frac{GmM}{r_{\max}}$$

ولذلك يكون:

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GmM}{R} = -\frac{GmM}{r_{\max}}$$

ولتحديد السرعة الابتدائية اللازمة ليفلت القمر من جاذبية الأرض نضع $r_{\max} \to \infty$ في العلاقة السابقة فنجد (لاحظ أن تسارع الجاذبية قرب سطح الأرض هو $g_R = GM/R^2$):

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2 g_R R}$$

وتساوي في حالة الأرض حوالي 11 km/s!

مثل 5-13 أين mgh في طاقة الوضع لجسم على ارتفاع h فوق سطح الأرض

عرّفنا سابقاً طاقة وضع جسم على ارتفاع h فوق سطح الأرض بـــ mgh والآن نقول إنها $-GmM/r$ حيث M كتلة الأرض وr بعد الجسم عن مركز الأرض، فأيهما الصحيح؟

الحل: كلاهما. ومانعني بـــ mgh إنما الفرق في طاقة الوضع عندما يكون الجسم على سطح الأرض تماماً وعندما يكون على ارتفاع h صغير بالمقارنة مع نصف قطر الأرض. ويمكن استنتاج ذلك بكتابة (5-31) في الحالة الأولى على النحو:

$$U_1(r = R) = -\frac{GmM}{R}$$

وفي الحالة الثانية:

$$U_2(r=R+h)=-\frac{GmM}{R+h}$$

ونلاحظ أن الفرق بين هاتين الطاقتين هو:

$$U_2(r=R+h)-U_1(r=R)=-\frac{GmM}{R+h}-(-\frac{GmM}{R})=\frac{GmM}{R}(1-\frac{R}{R+h})$$

فإذا كان $h<<R$ عندئذ يمكن أن نكتب

$$1-\frac{R}{R+h}=\frac{h}{R+h}=\frac{h}{R(1+h/R)}\approx\frac{h}{R}$$

حيث نهمل الحد h/R بالمقارنة مع الواحد. ويصير الفرق في طاقة الوضع مساوياً إلى:

$$\Delta U=\frac{GmM}{R}\frac{h}{R}=m(\frac{GmM}{R^2})R$$

ولكن $g_R=GM/R^2$ تسارع الجاذبية عند سطح الأرض. ولذلك بوضع $\Delta U\equiv U$ التي تدل على طاقة وضع الجسم **بالنسبة لسطح الأرض**، نجد:

$$U=mgh$$

وهو المطلوب إثباته.

13-5 القدرة *(power)*

لنفترض أننا نراقب عمالاً يحملون أكياس رمل من الطابق الأول للطابق الخامس من بناء. فنرى عاملاً يرفع أربعين كيساً خلال ساعة ونصف، وآخر يرفع خمسة وعشرين كيساً بخمس وخمسين دقيقة، وثالث يرفع كيسين كل أربع دقائق. ونتساءل أيهم أكثر كفاءة؟ لاشك بأن الإجابة مباشرة صعبة بعض الشئ لكن لو حسبنا الشغل الذي يقوم به كل عامل خلال نفس الزمن لصار بالإمكان مقارنتهم. لذلك نعرف **القدرة المتوسطة** *(average power)* بأنها الشغل المبذول على الزمن اللازم لبذله، أي:

$$\boxed{P_{av}=\frac{\Delta W}{\Delta t}} \qquad (37\text{-}5)$$

وتعطى وحدة القدرة بـــ جول/ثانية=وات (W=J/s). وكثيراً مانستخدم الكيلووات ($kW=10^3$ W) أو ميغاوات ($MW=10^6$ W) للتعبير عن القدرة الكهربائية المستهلكة في المنازل والمصانع.

وإذا افترضنا أن القوة المؤثرة على جسم أو منظومة غير ثابتة عندئذ يكون شغلها متغيراً من موضع لآخر ولذا نعرّف **القدرة اللحظية** *(instantaneous power)* بالعلاقة:

$$\boxed{P = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}} \qquad (38\text{-}5)$$

14-5 العلاقة بين القدرة اللحظية والسرعة

إذا خضع جسم لقوة **F** خلال قطعه مسافة $\Delta \mathbf{s}$ في زمن Δt عندئذ نكتب القدرة المتوسطة لهذه القوة بالشكل:

$$P_{av} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\mathbf{F} g \Delta \mathbf{s}}{\Delta t} = \mathbf{F} g \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta t} = \mathbf{F} g \mathbf{v}_{av}$$

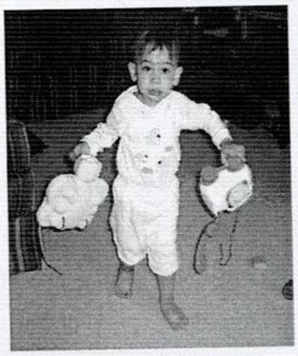
حيث $\mathbf{v}_{av}$ السرعة المتوسطة للجسم خلال انتقاله للمسافة $\Delta \mathbf{s}$. ومن ثم يمكن أن نكتب القدرة اللحظية لهذه القوة مباشرة بتعويض السرعة اللحظية بدلاً من السرعة المتوسطة، أي:

$$\boxed{P = \mathbf{F} g \mathbf{v}} \qquad (39\text{-}5)$$

ونلاحظ من العلاقة الأخيرة، أن القدرة، كالسرعة، تعتمد على المراقب أو مناط الإسناد في تحديدها. فمثلاً إذا كان هناك شخص يحمل جسماً في مصعد يتحرك للأعلى بسرعة ثابتة فإنه لايصرف قدرة على هذا الجسم بالنسبة لمراقب معه في نفس المصعد لأن سرعة الجسم تساوي الصفر بالنسبة له. أما بالنسبة لمراقب خارج المصعد فإن الشخص يبذل قدرة "موجبة" على الجسم بينما تبذل الجاذبية قدرة "سالبة".

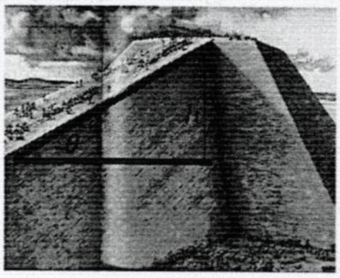
15-5 الآلات ومردودها *(Efficiency)*

كان الإنسان القديم أول آلة في الطبيعة، فكان يكسر الحجارة وينقلها من مكان لآخر، ويقطع الأشجار ويحرث الأرض، وهكذا. ومما لاشك فيه أن هذا ليس بالأمر السهل ويتطلب قوة وجهداً كبيرين. ولذلك قام الإنسان بتصنيع آلات تساعده في عمله كرفع الأجسام ونقلها وغيره.



عبد الله: أصغر آلة بشرية

ومن أبسط الآلات التي استخدمها الإنسان **المستوي المائل** حيث يمكن سحب جسم عليه لارتفاعات مختلفة مع بذل قوة صغيرة نسبياً. وقد استخدم العمال المصريون القدماء هذه الوسيلة لبناء الأهرامات، إذ قاموا برفع تلك الحجارة الضخمة بواسطة مستويات مائلة يزداد طولها مع ارتفاع الهرم، كما في الشكل (5-15) الذي نلاحظ منه أن الشغل اللازم لرفع حجر كتلته m لارتفاع h يساوي mgh لكن القوة المبذولة ستكون mg لورفعناه للأعلى مباشرة أو $mg\sin\theta$ لو سحبناه على المستوي المائل. وبالطبع فكلما قل هذا الميل كلما صارت القوة المطلوبة أقل، وهذا مهم حتى يمكن رفع تلك الأحجار الثقيلة إلى تلك الارتفاعات.

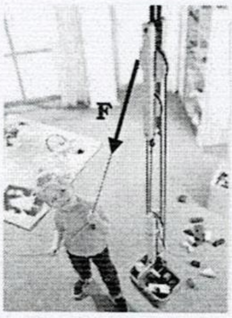


الشكل (5-15)

ومن الآلات الأخرى التي كانت أول ما استخدم الإنسان الحجر والعصا التي تطورت لرافعة السيارة في العصر الحديث، كما في الشكل (5-16)، حيث تطبق قوة F_1 عند الطرف البعيد ليد الجهاز المرتكزة عند o فترفع السيارة الثقيلة F_2 عند النهاية الأخرى القريبة. وسنرى لاحقاً أن عزم قوة يتناسب طرداً مع ذراعها وهذا ما توفره هذه الآلة البسيطة لأن ذراع F_1 أكبر من ذراع F_2 وبالتالي يمكن رفع (أو تدوير) جسم كتلته أكبر من القوة F_1 بهذه الوسيلة الفعالة.

الشكل (5-16)

وهناك أيضاً آلة بسيطة هي البكرة والحبل (آلة آتوود) التي تستخدم لرفع الأجسام حيث يربط الجسم المراد رفعه بحبل يمر حول البكرة المثبتة عند الوضع المطلوب رفع الجسم إليه، بينما يُسحب الطرف الآخر للحبل وهو يميل بزاوية كبيرة حتى تكون القوة اللازمة أصغر من وزن الجسم، كما في الشكل (5-17).



الشكل (5-17)

وتتميز الآلات عن بعضها بمردودها *(efficiency)* الذي يساوي نسبة الطاقة المأخوذة من الآلة (W_{in}) إلى الطاقة المعطاة لها (W_{out})، أي أن:

$$e = \frac{W_{out}}{W_{in}} \qquad (40\text{-}5)$$

فإذا قامت آلة أو شخص بعمل ولم يستفاد إلاّ من جزء منه فإن مردود هذه الآلة أو الشخص يساوي نسبة ماتم من الشغل إلى الشغل الفعلي المبذول.

ومما لاشك فيه أن مردود أي آلة أو شخص يتناقص مع الزمن أو سوء الاستخدام أو التصنيع. فإذا كان الاحتكاك على المستوي المائل في الشكل (5-15) أو مع البكرة في الشكل (5-17)، مثلاً، عالياً فإن جزءاً كبيراً من الطاقة سيضيع بدون فائدة. وكذلك الحال إذا كان محرك سيارة قديماً، أو أن عجلاتها ليست ممتلئة بالهواء بشكل صحيح، مما يسبب إهدار الوقود باستمرار.

مثل 5-14

يُستعمل محرك قدرته 10 kW لرفع مصعد كتلته 1800 kg مسافة 10 m. ماشغل هذا المحرك خلال رفع المصعد إذا كان مردوده 60% وما الزمن الذي سيستغرقه لرفع المصعد؟

الحل: لنحسب الشغل الذي نريد المحرك أن يقوم به وهو رفع المصعد مسافة 10 m فنكتب:

$$W_{out} = mgh = (1800\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(10\ \text{m}) = 17.6\times10^4\ \text{J}$$

وبما أن مردود المحرك 60% لذلك نجد الشغل الذي يستهلكه المحرك:

$$e = \frac{W_{out}}{W_{in}} = 0.6 \ \Rightarrow\ W_{in} = \frac{W_{out}}{0.6} = 29.4\times10^4\ \text{J}$$

فالمحرك يستهلك 294 kJ حتى يعطينا 176 kJ وهذه خسارة كبيرة للطاقة!

أما الزمن اللازم لرفع المصعد فنجده بكتابة:

$$P = \frac{W_{ouy}}{t} \ \Rightarrow\ t = \frac{W_{out}}{P} = \frac{17.6\times10^4\ \text{J}}{10\times10^3\ \text{W}} = 17.6\ s$$

من علماء الإسلام

البتاني

هو ابن عبد الله محمد بن سنان المعروف باسم **البتاني** (243-317 هـ). يعتبر من أعظم فلكيي العالم، وضع نظريات مهمة في الفلك والجبر وحساب المثلثات. واشتهر برصد الكواكب والأجرام السماوية على الرغم من عدم توافر الآلات الدقيقة وتمكن من جمع أرصاد ما زالت محل إعجاب العلماء وتقديرهم. ترك عدة مؤلفات في علوم الفلك والجغرافيا. وله جداوله الفلكية المشهورة التي تعتبر من أصح الزيج حتى الآن. كان ضليعاً في المثلثات وأدخل اصطلاح جيب التمام. من أهم منجزاته الفلكية أنه أصلح قيم الاعتدالين الصيفي والشتوي، وعين قيمة ميل فلك البروج على فلك معدل النهار (أي ميل محور دوران الأرض حول نفسها على مستوى دورانها حول الشمس). ووجد أنه يساوي $23° 35'$ وقاس طول السنة الشمسية بدقة عالية وصلت لدقيقتين و22 ثانية فقط.

ملخص الفصل

شغل قوة ثابتة	$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = Fs\cos\phi$
شغل قوة متغيرة	$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B Fds\cos\phi$
الطاقة الحركية	$K = \frac{1}{2}mv^2$
طاقة الوضع لقوة الجاذبية	$U(y) = mgy$
طاقة الوضع لقوة الإرجاع	$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$
نظرية الشغل والطاقة	$W_T = K_2 - K_1$
الطاقة الميكانيكية	$E = K + U$
حفظ الطاقة للقوى المافظة	$\Delta E = 0$
حفظ الطاقة للقوى غير المحافظة	$\Delta E = W'$
طاقة الوضع في مجال الجاذبية	$U(r) = -Gm_1m_2/r$
الطاقة الكلية في مجال الجاذبية	$E = \frac{1}{2}mv^2 - GmM/r$
سرعة الإفلات	$v_{esc} = \sqrt{2g_R R}$
القدرة المتوسطة	$P_{av} = \Delta W/\Delta t$
القدرة اللحظية	$P = dW/dt$
مردود الآلة	$e = W_{out}/W_{in}$

تمارين ومسائل

الشغل

1-5 تحتاج سيارة لقوة 300 N لتتحرك على طريق أفقية. ما الشغل اللازم لدفعها مسافة 5 m؟

2-5 ما الشغل الذي يقوم به رباع في رفعة الخطف عندما يرفع 260 kg مسافة 2 m؟ وكم يعمل للبقاء في ذلك الوضع لمدة 20 ثانية؟

3-5 ما الشغل اللازم لقص قطعة خشب بمنشار يحتاج لقوة 40 N لدفعه مسافة 15 cm للأمام والخلف؟

4-5 يتحرك جسم مسافة 2 m تحت تأثير قوة أفقية مقدارها2 N وقوة احتكاك 0.4 N. ماشغل كل قوة؟